

HISTÓRIA ČÍSLA π

TRUBENOVÁ Jaroslava, SK

Resumé

Matematika ponúka prírodným aj technickým vedám mnoho konštánt, napr. Eulerovo číslo, Ludolfovo číslo, konštantu zlatého rezu a mnoho ďalších. Používanie týchto konštánt je v prírodných a technických vedách samozrejme a úplne bežné. Zaujímavé a z pedagogicko-didaktického aspektu aj veľmi užitočné je však poznanie histórie týchto konštánt, predovšetkým podnetov a impulzov, ktoré k zavedeniu konštánt viedli a predchádzali. Predkladaný príspevok ponúka pohľad do histórie čísla π na niekoľko najzaujímavejších etáp zavedenia, definovania a určenia tohto čísla: od prvých náznakov uvedomovania si vzťahov medzi rôznymi veličinami kruhu: „.... čím je kruh väčší „naprieč“, tým je dlhší „okolo““, cez poznatky o čísle π v Babylonskej a Egyptskej matematike, v matematike starej Číny, starovekého Ríma a Grécka, až po novodobé pokusy o čo najpresnejšie výpočty hodnoty čísla π .

Kľúčové slová: číslo π , história matematiky, kruh, geometria, konstanty.

HISTORY OF LUDOLPH'S NUMBER

Abstract

Mathematics provides natural and technical sciences with many constants (e.g. Euler's number, circular constant, the golden ratio constant, and many others). The use of these constants in natural and technical sciences is obvious and quite common. Knowing the history of these constants, in particular stimuli and impulses that led to the introduction of constants is also very interesting and useful from pedagogical and didactic aspects. The article provides an insight into the history of the number π at several most interesting stages of the introduction, definition and determination of this number: from the early indications of awareness of relationships between different variables of a circle: „....the larger the circle is across, the longer is around....“, through the knowledge of the number π in Babylonian and Egyptian mathematics, mathematics of ancient China, ancient Rome and Greece, to the modern attempts in most accurate calculations of the value of π .

Key words: the number π , history of mathematics, circle, constant, geometry.

Úvod

Prvé – najstaršie známe historické dôkazy o „matematickom“ myslení človeka sa objavujú už v dobe kamennej – vrúbovka, nájdená vo Věstoniciach na Južnej Morave. Je to holenná kosť nohy vlka, na ktorej sa nachádzajú zárezy. Jasne dokumentované fakty o matematickom chápaní sveta sa objavujú až okolo roku 2000 pred našim letopočtom. Jedným z najvýraznejších faktov z tohto obdobia je skutočnosť, že práve v tomto období ľudia začali chápať význam konštanty, ktorú v súčasnosti označujeme π . Dokonca z tohto obdobia pochádza aj prvá aproximácia jej hodnoty.

Dávno pred vynálezom kola si človek zrejme uvedomil zvláštnosti veľmi pravidelného útvaru – kruhu. Videl ho v zorníčkách ľudí aj zvierat, videl ho v tvare Mesiace aj Slnka, kruh alebo útvary veľmi podobné kruhu videl v mnohých rastlinách. Zaujala ho a zrejme aj tešila jeho nekonečná symetria a kreslil si kruhy do piesku. Následne si človek začal osvojovať pojem veľkosť. Videl veľké a malé kruhy, vysoké a nízke stromy, ťažké, ťažšie a ešte ťažšie kamene. Ďalším stupňom vo vývoji matematického myslenia bolo objavovanie vzťahov medzi rôznymi veličinami, napr. väčší kameň je ťažší, starý strom je vyšší, rýchlejší bežec dobehne za rovnaký čas ďalej, väčšia korisť dá viacej potravy, väčšie pole poskytne viac úrody

Medzi všetkými týmito vzťahmi sa nedal prehliadnuť jeden, ktorý platil bez výnimky:

„Čím väčší je kruh „naprieč“, tým dlhší je okolo“. Tieto kvalitatívne úsudky nutne museli byť nasledované kvantitatívnymi úvahami tvaru: ak je kameň dvakrát väčší je dvojnásobne ťažší, ak je bežec dvakrát rýchlejší zabehne za rovnaký čas dvakrát väčšiu vzdialenosť, ak je pole dvakrát väčšie dá dvojnásobnú úrodu, ak zdvojnásobíme priemer kruhu zdvojnásobí sa jeho obvod. Od tohto zistenia bol už len malý krok k zisteniu konštanty π . Ak bolo odporúčané, že „okolo“ (obvod) kruhu a „naprieč“ (priemer) sú úmerné veličiny pre všetky kruhy, potom musí platiť:

obvod : priemer = konštanta pre všetky kruhy. Táto konštanta sa označuje písmenom π až od 18. storočia n. l. a znak π sa používa od 16. storočia n. l. Takže najstaršia definícia čísla

$$\pi = \frac{\text{obvod}}{\text{priemer}} = \frac{o}{d}, \text{ kde } o \text{ je obvod a } d \text{ priemer ľubovoľnej kružnice.}$$

1 Babylón a Egypt

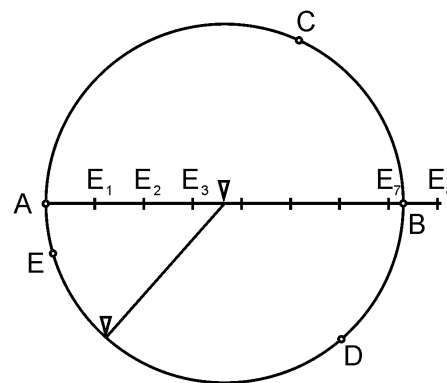
Veľká pyramída v Gize skonštruovaná niekedy v období 2589 – 2566 pred n. l. bola postavená s obvodom 1760 lakt'ov a s výškou 280 lakt'ov, pomer 1760:280 je približne rovný číslu 2π . Rovnaké proporcie boli zvolené aj pri skorších stavbách pyramíd, napr. Pyramída Meidum (zhruba 2613 – 2589 pred n. l.). Niektorí egyptológovia to považujú za zámer architektov, tvrdiac: aj keď Egyptania nepoznali presnú hodnotu čísla π v praxi ho používali. Inou možnosťou je výskyt čísla ako dôsledku metódy merania. Dĺžkové miery sa merali odváľaním kola, výškové miery prikladaním kola na seba. Touto skutočnosťou nastáva automaticky premietnutie čísla π do pomeru výšky a strany pyramídy.

Zo zachovaných dokumentov tejto doby je jasné, že v Babylóne a Egypte poznali existenciu a význam čísla π . Dokonca o čísle π vedeli viac ako len to, že existuje. Zistili tiež jeho približnú hodnotu. Okolo roku 2000 pred n. l.

dospeli Babylónčania k hodnote $\pi = 3 \frac{1}{8}$ a Egyptania

k hodnote $\pi = 4 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^2$. Je zaujímavé ako tieto staré národy

dospeli k uvedeným hodnotám: do piesku zarazili kolík, pripevnili k nemu kus povrazu a na druhý koniec povrazu pripevnili kolík s ostrým hrotom. Povraz napli a ostrým hrotom vyhlúbili do piesku ryhu v tvare kružnice. Vybrali stredový kolík – ostal po ňom bod O (obr. 1).



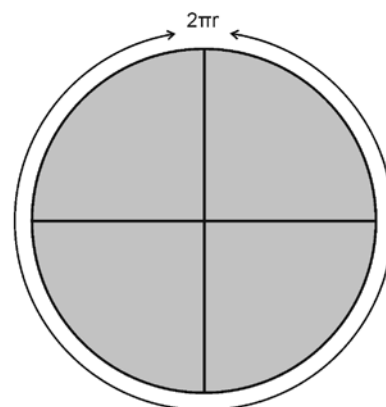
obr.1

Vzali dlhší povraz a napli ho od (ľubovoľného) bodu A na kružnici cez bod O a zistili priesečník na kružnici vyrytej v piesku, tento bod označili ako bod B, na povraze označili uzlíkom – vzdialenosť AB určila priemer vyrytej kružnice. Povraz dĺžky AB vložili do vyrytej kružnice prvýkrát od bodu A – získali bod C, druhýkrát od bodu C – získali bod D a tretíkrát od bodu D – získali bod E blízko bodu A. Povraz dĺžky AB, teda dĺžka priemeru, sa „vošiel“ do ryhy (obvodu kružnice) trikrát a „kúsok“. Tak sa zistila prvá – približná – hodnota čísla π : číslo π sa približne rovná 3. Aby sa táto prvá aproximácia čísla π vylepšila bolo treba zistiť akou časťou je zvyšok špagátika dĺžky EA vzhľadom na celú dĺžku AB. Rovnako pomocou špagátika dĺžky EA zistili, že táto dĺžka EA sa zmestí do dĺžky AB 7 až 8-krát. Odtiaľ dostali druhú – presnejšiu – aproximáciu čísla π :

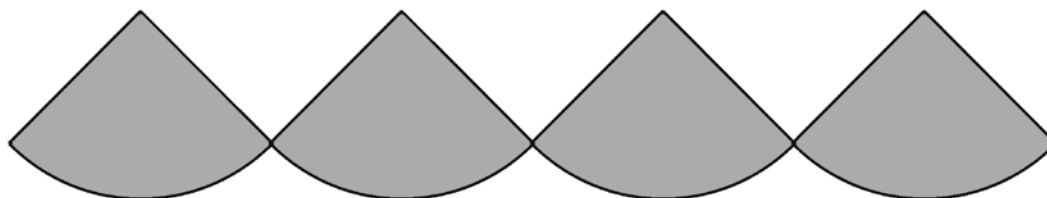
$3 \frac{1}{8} < \pi < 3 \frac{1}{7}$. Hodnoty čísla π : $3, 3 \frac{1}{8}, 3 \frac{1}{7}$ sú prvé známe hodnoty čísla π .

V starom Egypte a v Babylónii poznali pravidlá pre výpočet plochy kruhu – odvodili ich napr. metódou preusporiadania, princíp tejto metódy je znázornený na obr. 2 a, b, c. Rozdelíme kruh na 4 kvadranty (obr. 2a) a usporiadame ich tak ako na obr. 2 b. Usporiadané kvadranty doplníme rovnako veľkými segmentami (obr. 2 c).

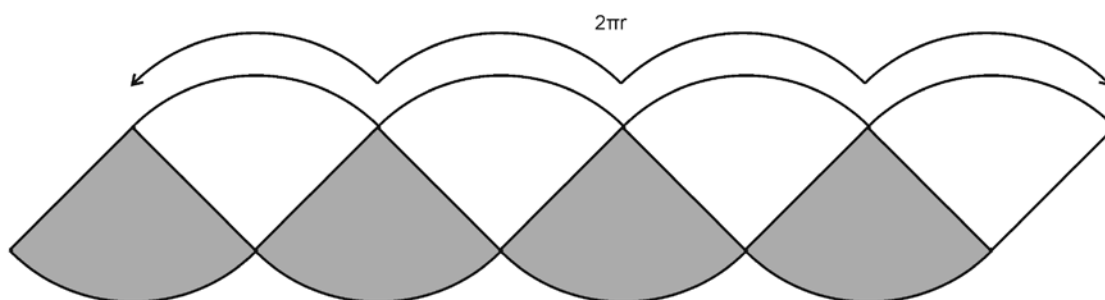
Útvar na obr. 2 c vzdialene pripomína rovnobežník. Dĺžka meraná pozdĺž kruhových úsekov sa rovná obvodu kruhu $2\pi r$, výška je rovná polomeru r . Plocha obrazca je presne dvojnásobok plochy kruhu. Ak kruh rozdelíme nie na štyri ale na mnoho segmentov, náš „kvázi“ rovnobežník (obr. 3) sa stále viac približuje rovnobežníku.



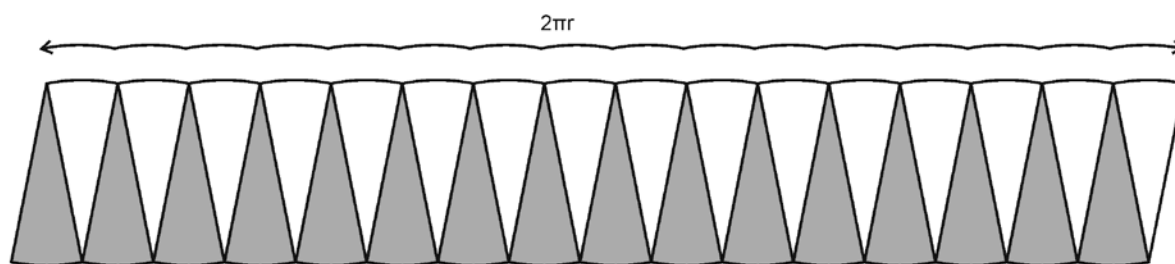
obr.2a



obr.2b



obr.2c

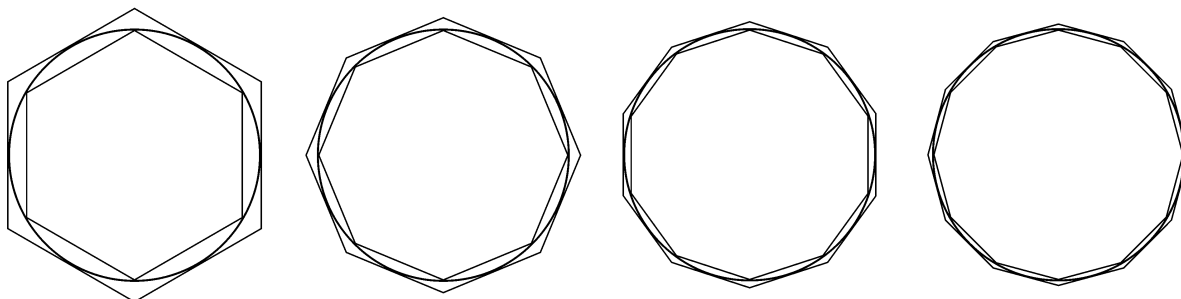


obr.3

2 Staré Grécko a Archimedova metóda výpočtu hodnoty čísla π

Matematický postup výpočtu čísla π sa objavil okolo roku 255 pred n. l. Archimedom zo Syrakúz. Je to metóda umožňujúca výpočet čísla π s ľubovoľnou požadovanou presnosťou. Je založená na fakte: obvod

pravidelného mnohoúhelníka (n-uholníka) vpísaného do kružnice je menší ako obvod kružnice, zatiaľ čo obvod mnohoúhelníka (n-uholníka) opísaného danej kružnici je väčší ako obvod kružnice (obr. 4).



obr.4

Ak použijeme n dostatočne veľké, budú sa obvody oboch n -uholníkov približovať obvodu kružnice (jeden zdola, jeden zhora) s ľubovoľnou presnosťou.

Archimedes začal od šesťuholníkov, pokračoval zdvojnásobením počtu strán až dospel k mnohoúhelníkom s 96 stranami odkiaľ dostal hodnotu $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$.

Ďalšia zaujímavá definícia čísla π sa nachádza v Rhindovom papirusu (Ahmetov papyrus). Vychádza z tvrdenia: plocha kruhového poľa s priemerom 9 jednotiek je rovnako veľká ako plocha štvorca so stranou 8

jednotiek. Pri použití známych vzorcov dostaneme rovnosť $\pi \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 8^2$, odkiaľ hodnotu čísla $\pi =$

$$4 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^2 = 3,16049.$$

Tieto dve geometrické definície môžu naraziť na problémy v oblastiach matematiky, ktoré geometriu inak nepoužívajú. Z tohto dôvodu matematici často dávajú prednosť definícii čísla π bez geometrie využívajúc k tomu matematickú analýzu. Napríklad číslo π sa často definuje ako dvojnásobok najmenšej kladnej hodnoty x , pre ktorú je hodnota goniometrickej funkcie $\cos(x)$ rovná nule. Číslo π môže byť tiež definované pomocou cyklometrických funkcií, napr. $\pi = 2 \cdot \arccos(0)$ alebo $\pi = 4 \cdot \arctg(1)$. Rozšírenie cyklometrických do mocninových radov je najjednoduchší spôsob získania hodnoty čísla π .

3 Stredovek

V roku 1706 sa podarilo Johnovi Machinovi ako prvému spočítať číslo π na 100 desatinných miest. Použil pri tom mocninový rad pre $\arctg(x)$

$$\arctg x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{2k+1} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$$

a vymyslel vzorec

$$\frac{\pi}{4} = 4 \cdot \arctg \frac{1}{5} - \arctg \frac{1}{239}$$

Vzorce podobného typu sa až do príchodu počítačov stali najlepšou možnou technikou výpočtov čísla π .

Záver

Číslo π sa vyskytuje v mnohých rovniciach matematiky, prírodných aj technických vied. Objavuje sa aj na miestach, kde sa nevyskytuje žiadna zreteľná spojitosť s kruhom alebo kružnicou euklidovskej geometrie a táto skutočnosť z čísla π robí jednu z najdôležitejších matematických konštánt. Vzhľadom na jednoduchosť a univerzálnosť svojej definície sa číslo π premietlo do vedy viac ako všetky iné matematické konštanty. Je dôležité z pedagogicko-didaktického aspektu poskytnúť študentom prírodných a technických odborov aspoň stručný pohľad do najzaujímavejších oblastí histórie matematiky a história čísla π k tým zaujímavým častiam určite patrí.

Literatura

1. MAREŠ, M.: *Příběhy matematiky*, Pistorius&Olšanská, Příbram, 2011.
2. BECKMANN, P.: *Historie čísla π* , ACADEMIA Praha, 1998.
3. DEVLIN, K.: *Jazyk matematiky dokořán*, Argo Praha, 2005.
4. FOLTA, J. – NOVÝ, J.: *Dějiny přírodných věd v datech*, Mladá fronta, Praha 1979.
5. JUŠKEVIČ, A. P.: *Dějiny matematiky ve středověku*, Academia, Praha 1977.

Lektorovali: doc. Ing. Marian Kubliha, PhD., PaedDr. Janette Korianová, PhD.

Kontaktná adresa:

Jaroslava Trúbenová, RNDr., PhD.,

Katedra aplikovanej informatiky a matematiky, FPV UCM, Námestie J.Herdu 2 , 917 01 Trnava

Tel.: 033/ 55 65 111, Fax: 033/ 55 65 185