

SIMULACE STAVOVÝCH ZMĚN IDEÁLNÍHO PLYNU

FILÍPEK Josef, CZ

Resumé

V uzavřené termodynamické soustavě se ohřevem, ochlazováním a působením vnějších sil mění tři stavové veličiny – objem, tlak a teplota. Proto je vhodné stavové změny zobrazovat v prostorovém diagramu (na termodynamické ploše). Multimediální projekt, který je nedílnou součástí článku, názorně zobrazuje průběh stavových a energetických veličin ideálního plynu.

Klíčová slova: vratné změny plynu, stavová rovnice, termodynamická plocha, Adobe Flash, interaktivní animace.

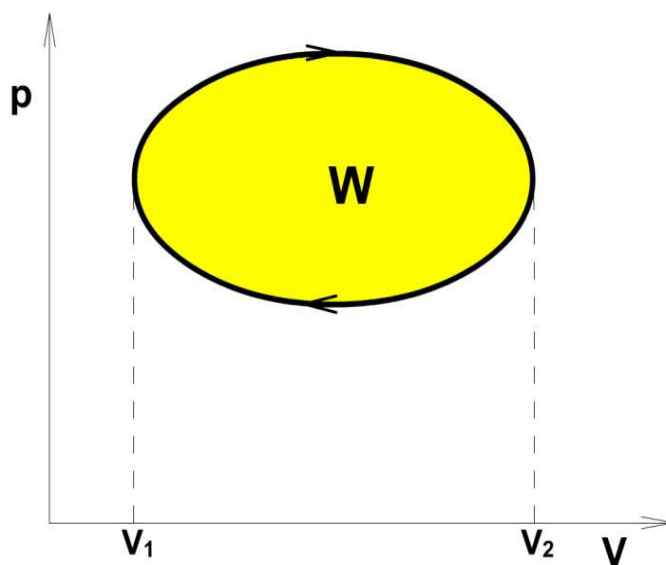
STATUS CHANGE SIMULATION IN IDEAL GAS

In closed thermodynamic setup three magnitudes change with heating, cooling and external force effects - volume, pressure and temperature. Therefore it is suitable to visualize state changes in spatial diagram (on thermodynamic plane). Multimedia project, which is a base of this article, graphically describes the course of state and energy magnitudes in ideal gas.

Keywords: reversible changes in gas, state function, thermodynamic plane, Adobe flash, interactive animation .

Úvod

Většina zákonů technické termodynamiky byla definována v 19. století. Zasloužili se o to vědci jako B. Thompson, J. Watt, S. Carnot, J. P. Joule, W. Thomson (lord Kelvin), R. Clausius a další. Bylo dokázáno, že teplo a mechanická práce jsou jen rozdílné formy energie.

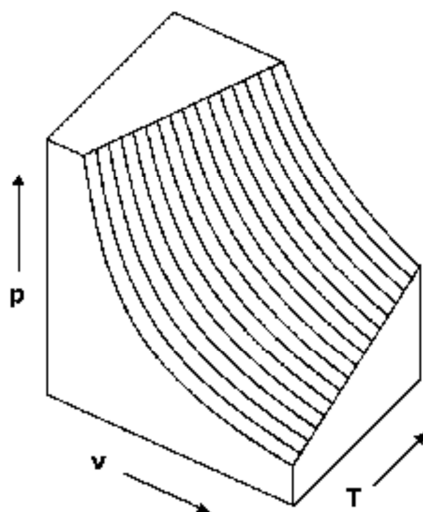


Obr. 1 - Kruhový cyklus [6]

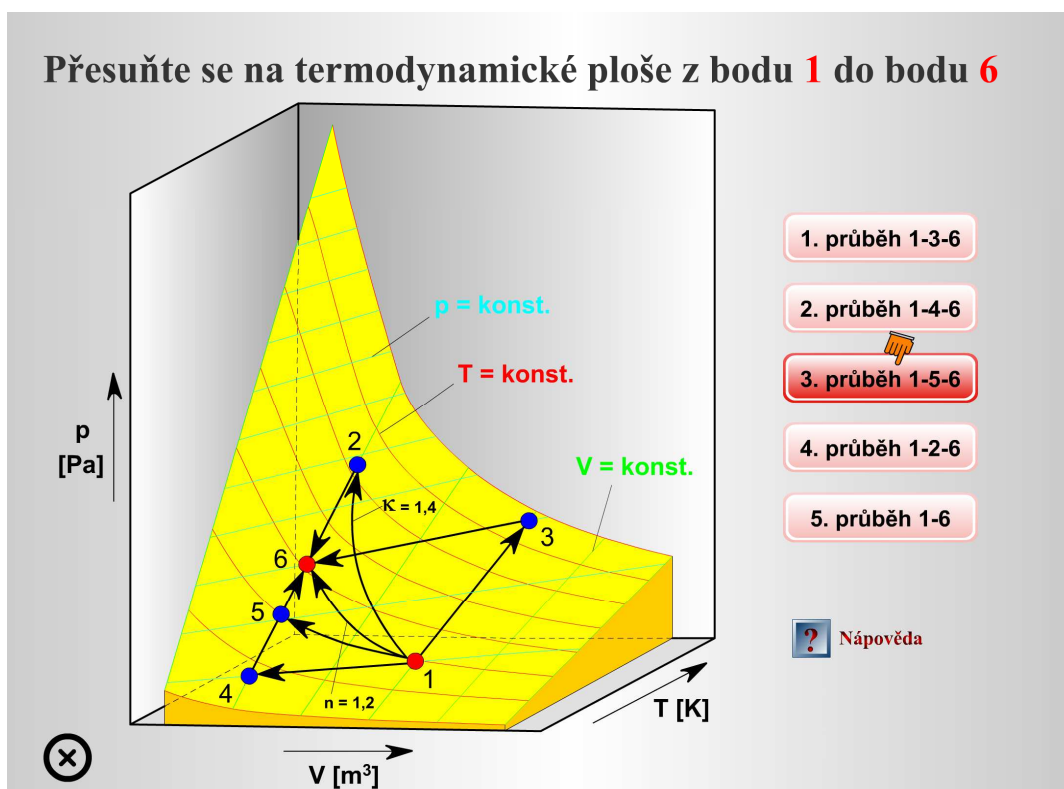
Tepelný stroj může trvale pracovat tehdy, pokud se plyn vždy po ukončení expanze vrátí zpět do původního stavu. [6] Tuto skutečnost zachycuje kruhový děj (Obr. 1). Z obrázku je zřejmé, že tlak a objem plynu je na počátku kruhového děje stejný jako na konci. Stejná je i teplota, ale to už z obr. 1 nevyplývá, protože se jedná o plošný diagram $p - V$.

1 Termodynamická plocha

V uzavřené soustavě (s konstantní hmotností plynové náplně) popisuje stavová rovnice ideálního plynu vztah mezi třemi stavovými veličinami – tlakem, objemem a termodynamickou teplotou. Závislost tlaku na teplotě a objemu plynu lze znázornit plochou v prostorovém souřadném systému (Obr. 2). Rovnovážné stavy látky se mohou vyskytovat pouze na termodynamické ploše, nikoli nad touto plochou či pod touto plochou. [2]



Obr. 2 Termodynamická plocha [2]

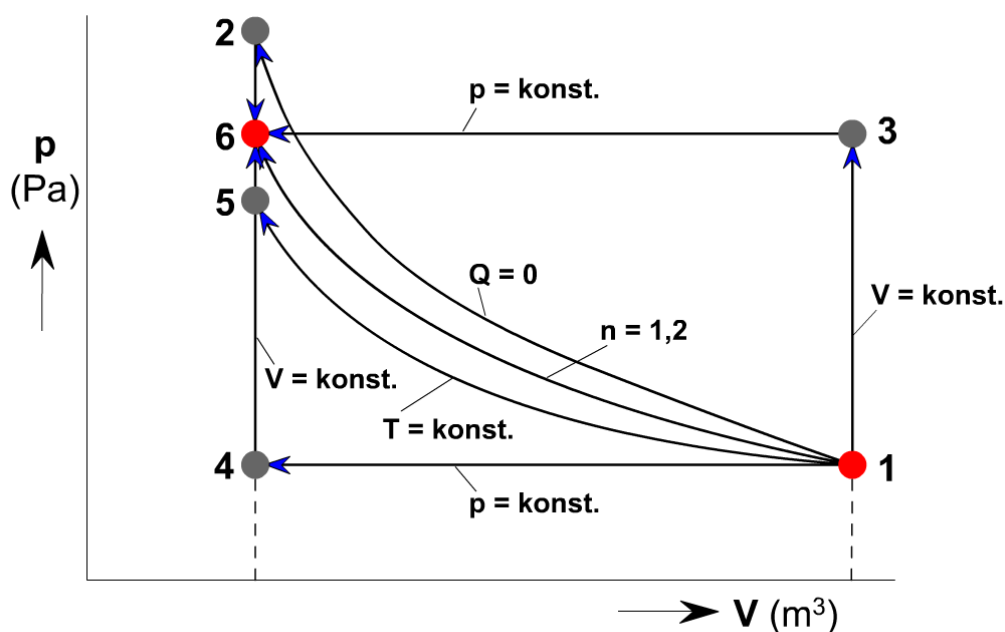


Obr. 3 Prostorový stavový diagram ideálního plynu

Každý bod svými souřadnicemi udává nějaký stav plynu (Obr. 3). Na této ploše jsou zakresleny hyperboly spojující body o stejné souřadnici **T** (izotermy) a přímky spojující body o stejné souřadnici **V** (izochory), respektive body o stejné souřadnici **p** (izobary).

V bodě 1 je stav plynu charakterizován stavovými veličinami p_1 , V_1 , T_1 . Přesuneme-li se působením vnějších sil, ohřevem či ochlazováním do bodu 6 získáme nové souřadnice p_6 , V_6 , T_6 . Z obr. 3 je zřejmé, že tyto souřadnice nezávisí na cestě, kterou si zvolíme.

Prostorový stavový diagram $p - V - T$ je názorný, ale obtížně se v něm zobrazují stavové změny. Častěji se setkáváme s rovinnými diagramy $p - V$ (Obr. 4).

Obr. 4 Rovinný diagram $p - V$

2 Vlastní projekt

Úkolem tohoto projektu je sestavit výukovou oporu, která názorně zobrazí vzájemné souvislosti stavových a energetických veličin ideálního plynu při ohřevu, ochlazování a působení vnějších sil. Program obsahuje plynulé animace stavových změn a tabulky, které studenti vyplní na základě znalosti termodynamických výpočtů. Projekt byl vytvořen pomocí software Adobe Flash. [1] Vznikl přepracováním a rozšířením dřívějších prací. [7], [4]

Student má za úkol přesunout se z počátečního stavu 1 do konečného stavu 6 několika cestami (Obr. 3, 4). Vycházíme z předpokladů, že proběhnou základní vratné stavové změny ideálního plynu.

Změny stavových veličin p , V , T i energetických veličin Q , U , I , S , A , A_t vycházejí ze základních vztahů termodynamiky [3]:

stavová rovnice: $p \cdot V = m \cdot r \cdot T$

Mayerův vztah: $c_p = c_v + r$ Poissonův vztah: $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$

změna vnitřní energie: $dU = m \cdot c_v \cdot dT$ změna entalpie: $dI = m \cdot c_p \cdot dT$

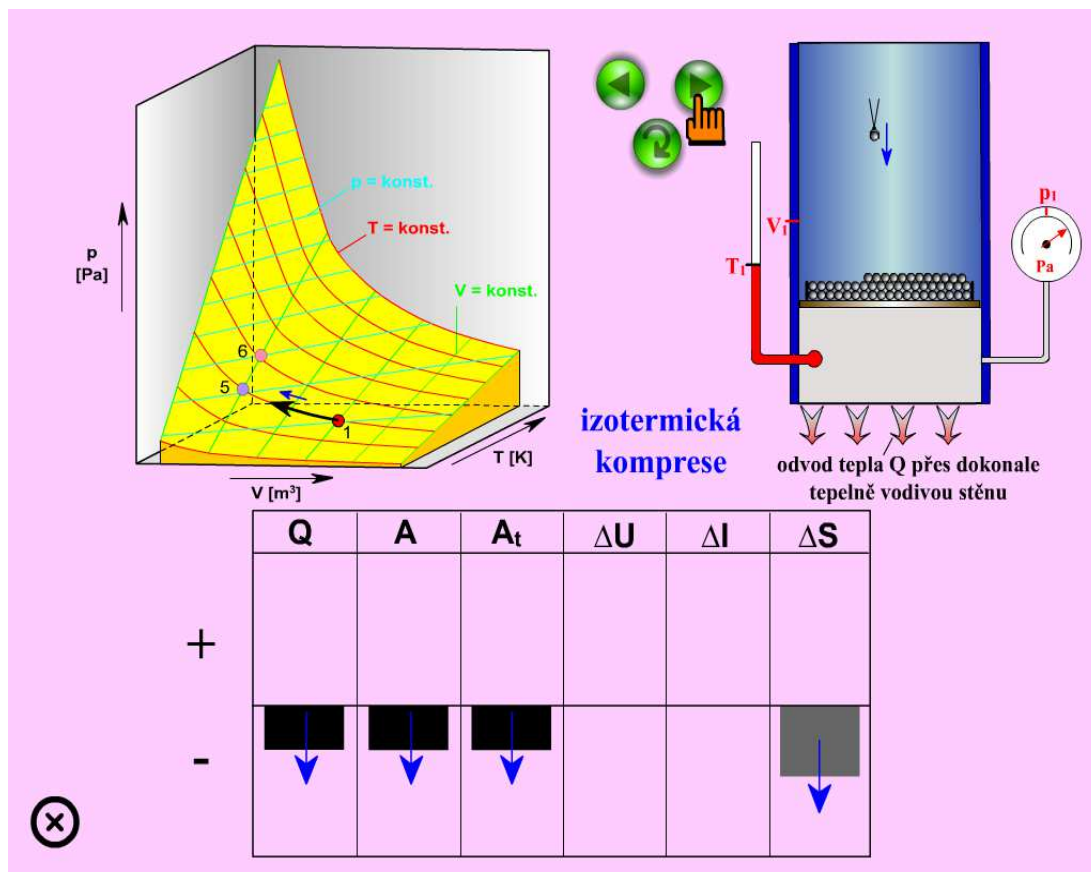
změna entropie: $dS = \frac{dQ}{T}$

objemová práce plynu: $dA = p \cdot dV$ technická práce plynu: $dA_t = -V \cdot dp$

I. zákon termodynamiky: $dQ = dU + dA$, $dQ = dI + dA_t$

Pro ilustraci zvolíme průběh **1 – 5 – 6** (Obr. 3, 4), který zahrnuje izotermickou kompresi a izochorický ohřev. V průběhu izotermické komprese (Obr. 5) se stavové a energetické veličiny mění následovně:

- roste – tlak plynu **p**
- nemění se - teplota **T**, vnitřní energie **U**, entalpie **I**
- snižuje se – objem plynu **V**, entropie **S**, odvádí se teplo **Q** přes tepelně vodivé dno válce, soustava spotřebovává práci **A** i technickou práci **A_t**



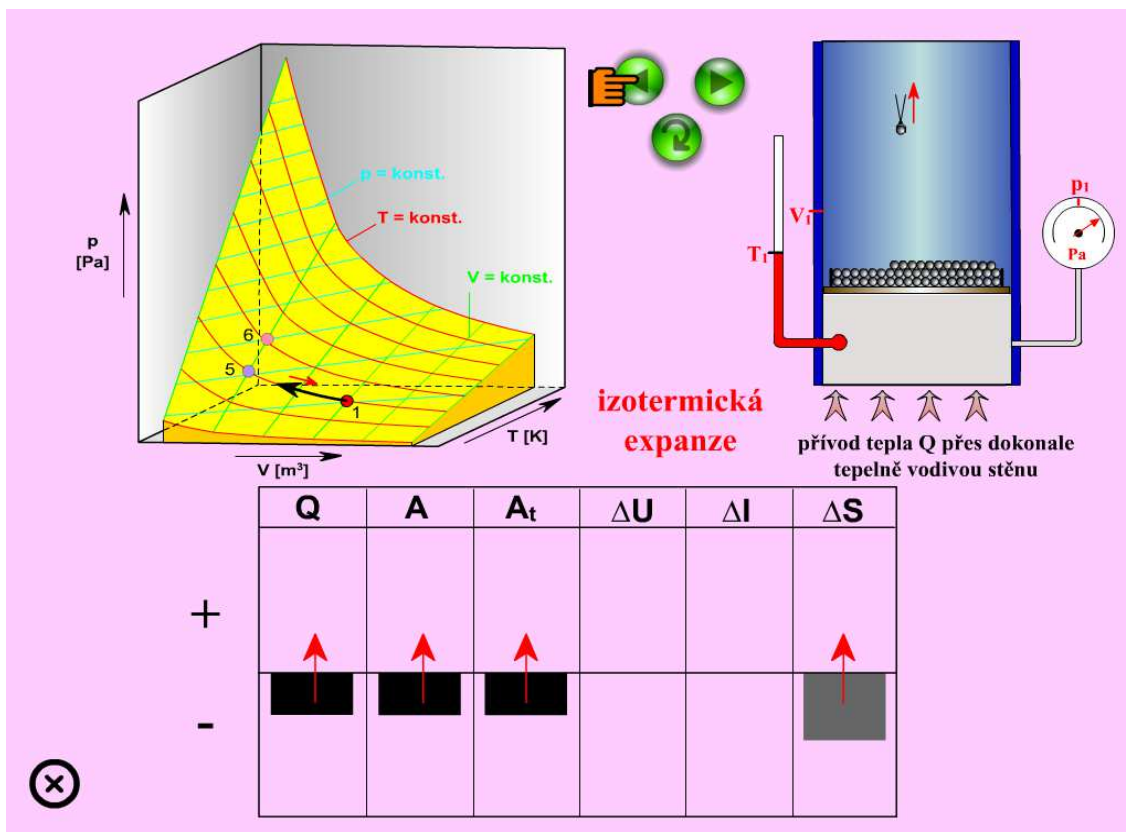
Obr. 5 Izotermická komprese plynu

Pokud bychom místo zvyšování vnější síly naopak odebírali ocelové kuličky, proběhne vratná změna – izotermická expanze (Obr. 6).

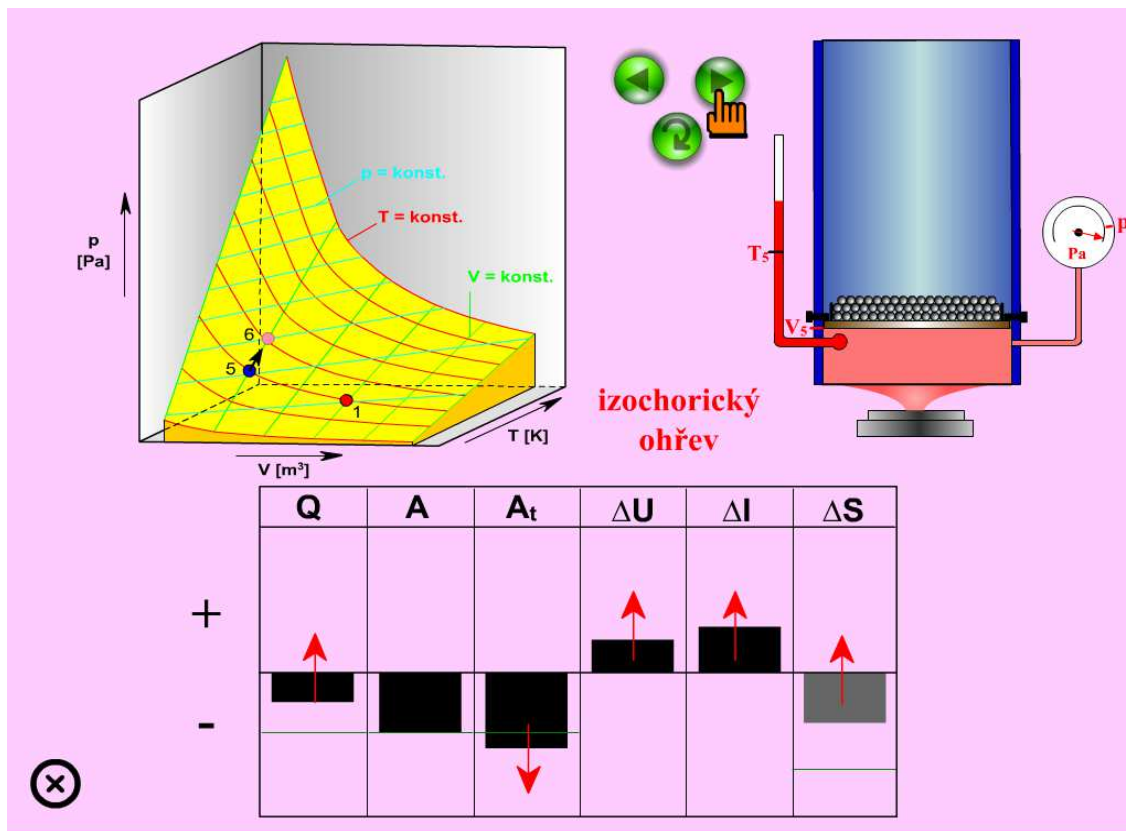
Vraťme se však k průběhu **1 – 5 – 6** (Obr. 3). Úroveň **Q**, **A**, **A_t**, **ΔS** na konci izotermické komprese je ve sloupcovém grafu vyjádřena zelenými čarami (Obr. 7). Při následujícím izochorickém ohřevu se veličiny mění takto:

- roste - teplota **T**, tlak **p**, vnitřní energie **U**, entalpie **I**, entropie **S**, soustava přijímá teplo **Q**
- nemění se - objem **V**, soustava nekoná práci **A**
- snižuje se - technická práce **A_t** je i nadále spotřebovávána soustavou

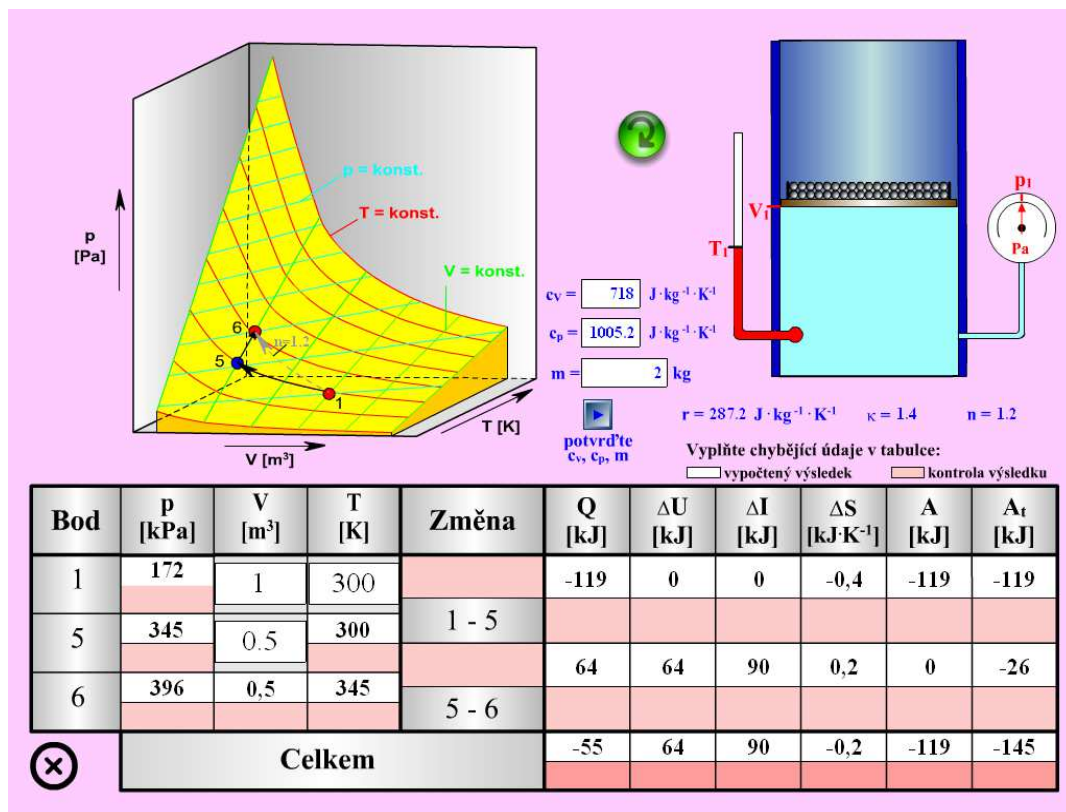
Po skončení termodynamických procesů začne student vyplňovat bílá políčka v tabulce (Obr. 8). Nejprve v levé části tabulky vypočítá stavové veličiny **p**, **V**, **T**. K tomu může využít vzorce uvedené v tab. 1. Potom v pravé části doplní množství tepla vyměněného s okolím **Q**, změny stavových funkcí **ΔU**, **ΔI**, **ΔS**, objemovou práci **A** a technickou práci **A_t** (Tab 2).



Obr. 6 Izotermická expanze plynu



Obr. 7 Izochorický ohřev plynu



Obr. 8 Doplnění tabulky vypočtenými hodnotami

Tab. 1 Vzorce pro výpočet stavových veličin

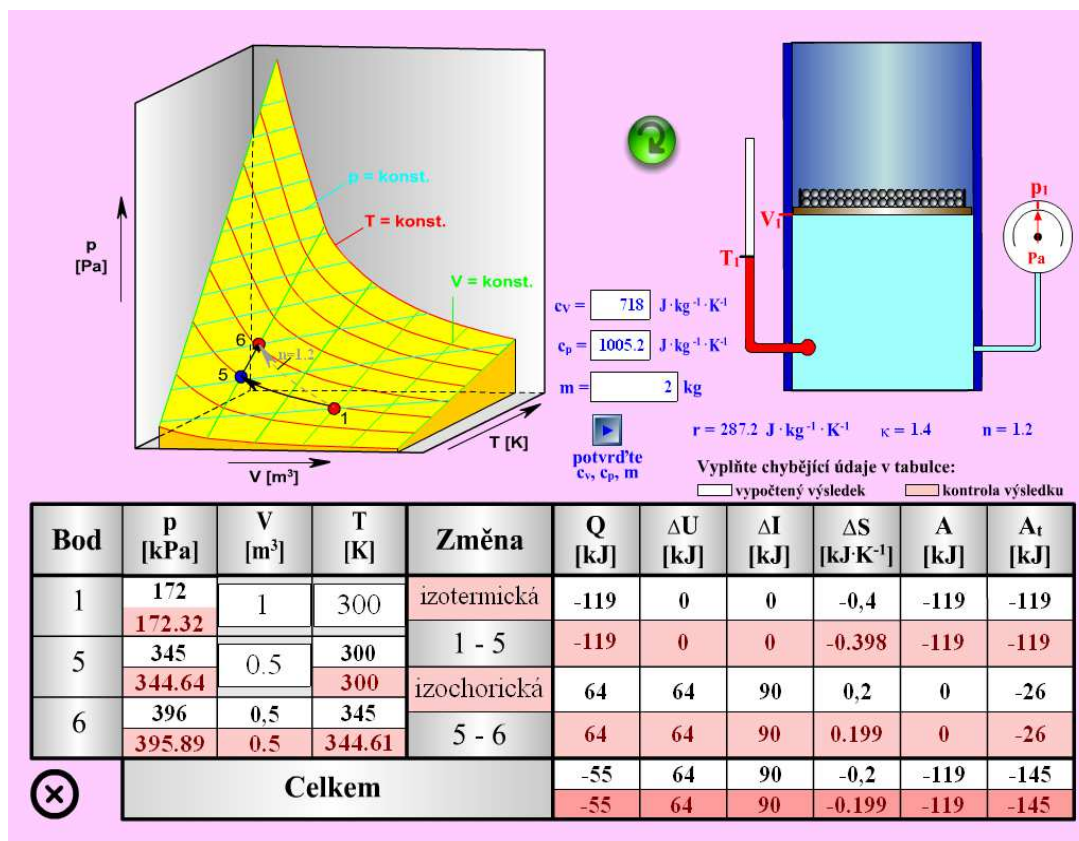
Bod	p (Pa)	V (m³)	T (K)
1	$p_1 = \frac{m \cdot r \cdot T_1}{V_1}$	V_1 - zadáno	T_1 - zadáno
2	$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\kappa$	V_2 - zadáno	$T_2 = \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot T_1}{p_1 \cdot V_1}$
3	$p_3 = p_6$	$V_3 = V_1$	$T_3 = \frac{p_3 \cdot T_1}{p_1}$
4	$p_4 = p_1$	$V_4 = V_2$	$T_4 = \frac{V_4 \cdot T_1}{V_1}$
5	$p_5 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_5}$	$V_5 = V_2$	$T_5 = T_1$
6	$p_6 = p_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_6}\right)^n$ $p_6 = p_3$ $p_6 = \frac{p_4 \cdot T_6}{T_4}$ $p_6 = \frac{p_5 \cdot T_6}{T_5}$	$V_6 = V_2$	$T_6 = \frac{p_6 \cdot V_6 \cdot T_1}{p_1 \cdot V_1}$ $T_6 = \frac{V_6 \cdot T_3}{V_3}$

Tab. 2 Vzorce pro výpočet stavových a energetických funkcí

Změna	Q (J)	ΔU (J)	ΔI (J)	ΔS (J)	A (J)	A_t (J)
1 - 2 adiabatická	$Q_{1-2} = 0$	$U_{1-2} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$	$I_{1-2} = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)$	$S_{1-2} = 0$	$A_{1-2} = \frac{p_1 \cdot V_1^\kappa}{1 - \kappa} \cdot (V_2^{\kappa-1} - V_1^{1-\kappa})$	$A_{t1-2} = A_{1-2} + p_1 \cdot V_1 - p_2 \cdot V_2$
2 - 6 izochorická	$Q_{2-6} = m \cdot c_v \cdot (T_6 - T_2)$	$U_{2-6} = m \cdot c_v \cdot (T_6 - T_2)$	$I_{2-6} = m \cdot c_p \cdot (T_6 - T_2)$	$S_{2-6} = m \cdot c_v \cdot \ln \frac{T_6}{T_2}$	$A_{2-6} = 0$	$A_{t2-6} = p_2 \cdot V_2 - p_6 \cdot V_6$
1 - 3 izochorická	$Q_{1-3} = m \cdot c_v \cdot (T_3 - T_1)$	$U_{1-3} = m \cdot c_v \cdot (T_3 - T_1)$	$I_{1-3} = m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_1)$	$S_{1-3} = m \cdot c_v \cdot \ln \frac{T_3}{T_1}$	$A_{1-3} = 0$	$A_{t1-3} = p_1 \cdot V_1 - p_3 \cdot V_3$
3 - 6 izobarická	$Q_{3-6} = m \cdot c_p \cdot (T_6 - T_3)$	$U_{3-6} = m \cdot c_v \cdot (T_6 - T_3)$	$I_{3-6} = m \cdot c_p \cdot (T_6 - T_3)$	$S_{3-6} = m \cdot c_p \cdot \ln \frac{T_6}{T_3}$	$A_{3-6} = p_3 \cdot (V_6 - V_3)$	$A_{t3-6} = 0$
1 - 4 izobarická	$Q_{1-4} = m \cdot c_p \cdot (T_4 - T_1)$	$U_{1-4} = m \cdot c_v \cdot (T_4 - T_1)$	$I_{1-4} = m \cdot c_p \cdot (T_4 - T_1)$	$S_{1-4} = m \cdot c_p \cdot \ln \frac{T_4}{T_1}$	$A_{1-4} = p_1 \cdot (V_4 - V_1)$	$A_{t4-1} = 0$
4 - 6 izochorická	$Q_{4-6} = m \cdot c_v \cdot (T_6 - T_4)$	$U_{4-6} = m \cdot c_v \cdot (T_6 - T_4)$	$I_{4-6} = m \cdot c_p \cdot (T_6 - T_4)$	$S_{4-6} = m \cdot c_v \cdot \ln \frac{T_6}{T_4}$	$A_{4-6} = 0$	$A_{t4-6} = p_4 \cdot V_4 - p_6 \cdot V_6$
1 - 5 izotermická	$Q_{1-5} = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln \frac{V_5}{V_1}$	$U_{1-5} = 0$	$I_{1-5} = 0$	$S_{1-5} = \frac{Q_{1-5}}{T_1}$	$A_{1-5} = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln \frac{V_5}{V_1}$	$A_{t1-5} = A_{1-5}$
5 - 6 izochorická	$Q_{5-6} = m \cdot c_v \cdot (T_6 - T_5)$	$U_{5-6} = m \cdot c_v \cdot (T_6 - T_5)$	$I_{5-6} = m \cdot c_p \cdot (T_6 - T_5)$	$S_{5-6} = m \cdot c_v \cdot \ln \frac{T_6}{T_5}$	$A_{5-6} = 0$	$A_{t5-6} = p_5 \cdot V_5 - p_6 \cdot V_6$
1 - 6 polytropická	$Q_{1-6} = U_{1-6} + A_{1-6}$	$U_{1-6} = m \cdot c_v \cdot (T_6 - T_1)$	$I_{1-6} = m \cdot c_p \cdot (T_6 - T_1)$	$S_{1-6} = m \cdot \left(c_v \cdot \ln \frac{T_6}{T_1} + r \cdot \ln \frac{V_6}{V_1} \right)$	$A_{1-6} = \frac{p_1 \cdot V_1^\kappa}{1 - n} \cdot (V_6^{1-n} - V_1^{1-n})$	$A_{t1-6} = A_{1-6} + p_1 \cdot V_1 - p_6 \cdot V_6$

Pro kontrolu vlastních výpočtů slouží růžová políčka. (Obr. 9). Správné hodnoty p , V , T se zjistí klikáním na růžová políčka zleva do prava a zhora dolů. Potom následuje ověření Q , ΔU , ΔI , ΔS , A , A_t .

Přednastavené hodnoty c_v , c_p , m , V_1 , T_1 , V_2 je možné změnit. Místo desetinné čárky se použije desetinná tečka. Po stisknutí tlačítka „potvrďte c_v , c_p , m “ se přepočítá hodnota měrné plynové konstanty r a Poissonovy konstanty κ . Ke kontrole nových výsledků se opět využijí růžová políčka.



Obr. 9 Kontrola vypočtených hodnot

Závěr

Vzájemná přeměna tepelné a mechanické energie je zajímavou oblastí fyziky. Většina prací zaměřených k této problematice má však statickou povahu. Interaktivní výukový program, který je nedílnou součástí tohoto článku, názorně objasní důležité souvislosti při termodynamických změnách plynových soustav. Tyto poznatky jsou důležité pro pochopení činnosti spalovacích motorů, kompresorů, tepelných čerpadel, chladících zařízení apod.

Literatura:

1. ADOBE CREATIVE TEAM. *Adobe Flash CS3*. Computer Press Brno 2008, s. 333, ISBN 978-80-251-2109-2.
2. KADLEC, Z. Úvodní přednáška – termodynamika <http://slideplayer.cz/slide/2411446> [cit. 24-04-2015]
3. PAVELKA, M. a kol.: *Termomechanika*. CERM Brno 2003, s. 286, ISBN 80-214-2409-5.
4. PINDOR, D., FILÍPEK, J.: The Animation of thermodynamic actions in gases. In *MendelNet*
5. *05 Agro*, MZLU Brno 2005. ISBN 80-7157-905-X.
6. RAJCHL J. *Kruhový děj* <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/609-kruhovy-dej> [cit. 24-04-2015]
7. ROUSEK, M., FILÍPEK, J., KLEPÁRNÍK, J. *Termodynamika a energetické stroje - cvičení*. MZLU Brno 2001, s. 59, ISBN 80-7157-500-3.

Kontaktní adresa:

Josef Filípek, doc. Ing., CSc.

Ústav techniky a automobilové dopravy, Agronomická fakulta Mendelu, Zemědělská 1, 613 00 Brno, ČR, tel.: +420 545 132 23 , e-mail: filipek@mendelu.c