

ZKUŠENOSTI S ELEKTRONICKÝM TESTOVÁNÍM MATEMATIKY NA MENDELOVĚ UNIVERZITĚ V BRNĚ

ŘÍHOVÁ Dana – VISKOTOVÁ Lenka, CZ

Resumé

Příspěvek se zabývá elektronickými testy z matematiky na Mendelově univerzitě v rámci základních předmětů studia. Uvádí důvody elektronického testování a popisuje realizaci a typy testů v univerzitním informačním systému, jakož i jejich použití. Dále shrnuje výhody a nevýhody testů a zároveň přináší řadu doporučení vzhledem k jejich dlouhodobému využívání. Rovněž srovnává výsledky elektronické a písemné formy zkoušky z matematiky. Na závěr cituje hodnocení elektronického testování matematických znalostí jak z řad studentů, tak i názory samotných pedagogů.

Klíčová slova: elektronické testování, testy s výběrem správné odpovědi, matematika.

EXPERIENCE IN ELECTRONIC TESTING IN MATHEMATICS AT MENDEL UNIVERSITY IN BRNO

Abstract

The paper deals with the electronic tests in mathematics at Mendel University in basic courses. The reasons for electronic testing are presented. Types of tests and their implementation in the university information system as well as their use are described. Further, the advantages and disadvantages of such tests are summarized and a number of recommendations for their long term use are given. Also the results of the electronic and written form of exams in mathematics are compared. Finally, the student evaluation of electronic testing of mathematical knowledge and the opinions of the teachers are cited.

Key words: electronic testing, multiple choice tests, mathematics.

Úvod

Trendem současného výukového procesu je využívání počítačů k ohodnocení úrovně znalostí studentů. Naskytá se však otázka, zda počítač může dobře otestovat matematické znalosti, které jsou založeny na logickém uvažování, a zda elektronické testování, kdy student vybírá správnou odpověď, je vhodné k ohodnocení myšlenkového postupu. Je správný výsledek skutečně zárukou, že student dané problematice rozumí?

1 Odůvodnění elektronického testování

Výuka matematiky na Provozně ekonomické fakultě Mendelovy univerzity v Brně probíhá v rámci bakalářského studia ve všech nabízených oborech, a to během dvou semestrů. Studenti studijních programů Ekonomika a management, Hospodářská politika a správa, Systémové inženýrství a informatika mají povinné předměty Matematika I a Matematika II a studenti studijního programu Inženýrská informatika mají povinné předměty Aplikovaná matematika I a Aplikovaná matematika II. O výuce matematiky na zmiňované fakultě pojednává [3].

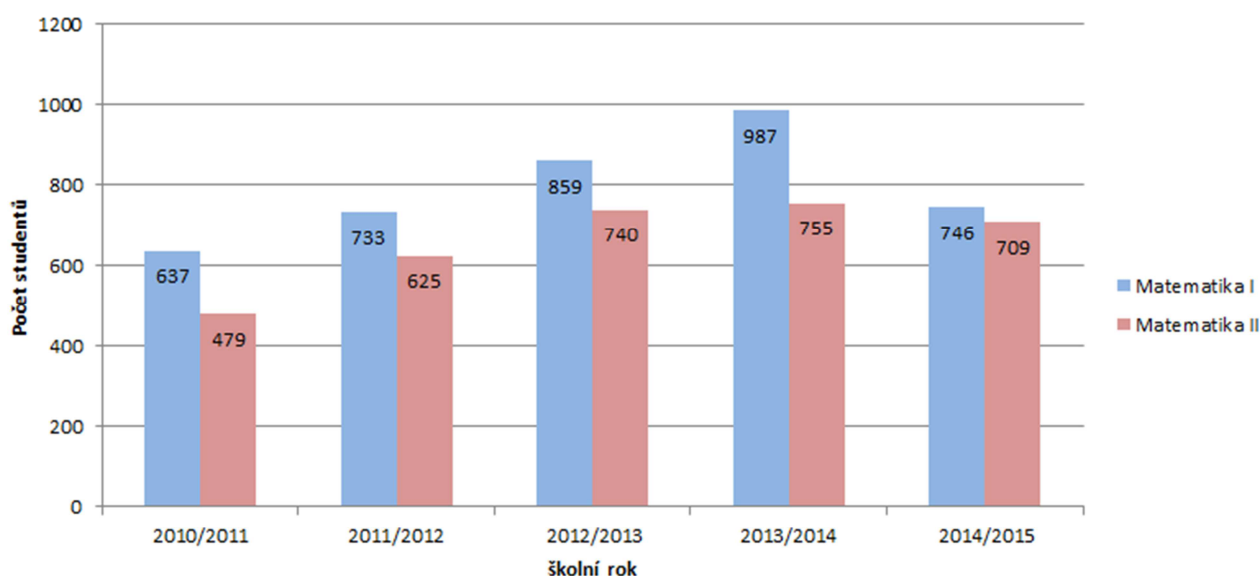
S elektronickým testováním znalostí matematiky se začalo ve školním roce 2007/2008. Využilo se možností univerzitního informačního systému (dále UIS), který elektronické testování nabízí. Více informací najdeme v [6] a [7]. V průběhu dvou let byla postupně vytvořena základní testová databáze příkladů, která slouží pro zápočtové testy předmětů Matematika I, Matematika II a také

Aplikovaná matematika I. Později vzhledem k velkému počtu studentů (viz graf 1) byla databáze rozšířena o příklady a otázky vhodné k elektronickému testování zkoušky předmětu Matematika I. Další rozvoj využití elektronických testů byl pak podpořen zřízením velké počítačové studovny, která čítá kapacitu 81 počítačů.

Zápočtový test a zkouška z předmětu Aplikovaná matematika II s ohledem na malé množství studentů probíhá klasickou formou. Zkouška z předmětu Matematika II byla vzhledem k jejímu obsahu taktéž ponechána v písemné podobě.

V dalším textu se budeme věnovat pouze předmětům Matematika I a Matematika II, které zaujímají z hlediska počtu studentů majoritní podíl ve výuce matematiky.

Graf 1 - Počty studentů matematiky



2 Realizace v univerzitním informačním systému a jeho možnosti

Pro realizaci testování byly v každém předmětu vybrány vhodné typy příkladů. Šlo především o kratší typické příklady ilustrující dané učivo. V UISu je možné pro testování matematiky použít úlohy s výběrem jedné správné odpovědi (tzv. typ otázky 1 z N, který je v [5] označen jako “multiple choice”). Za postačující počet možných odpovědí, z nichž právě jedna je správná, bylo zvoleno pět. Příklady s odpověďmi, v nichž správná je označena, byly do databáze vkládány pomocí importu souboru zapsaného ve formátu TEX nebo přímo prostřednictvím interního editoru využívajícím příkazy TEXu (viz [4]). Původní databáze nejprve obsahovala 10 příkladů pro každý vybraný typ úlohy. Postupem času se rozšiřovala, některé příklady, které se neosvědčily, byly odstraněny, další naopak přibýly. V současné době jsou příklady rozčleněny a uloženy do složek následujícím způsobem.

Obsahem předmětu Matematika I je diferenciální počet funkce jedné proměnné a lineární algebra. Na obrázku 1 je uvedeno devět vybraných typů úloh pro zápočtový test, který studenti píšou zhruba v poslední třetině semestru a který trvá 50 minut. Protože UIS zobrazuje o testech různé statistické informace, jsou zde uvedeny celkové počty zvolených příkladů v databázi (v UISu označených jako otázky) a v posledním sloupci jejich průměrná úspěšnost. Jednotlivé příklady jsou v testu ohodnoceny 2 - 3 body, celkem lze získat 25 bodů. Pro získání zápočtu je potřeba 50 %, tuto hranici je nutné nastavit v UISu, aby testy byly vyhodnoceny automaticky.

Název složky	Počet otázek	Počet otázek použitých v testu	Počet otázek v pracích	Průměrná úspěšnost otázek (v %)
Derivace složené funkce	43	43	654	31,96
Derivace součinu a podílu	33	33	654	20,76
Derivace v bodě	36	35	654	26,22
Determinant nebo součin matic	41	41	654	60,24
Grafy	47	47	654	39,91
Inverzní matice	32	32	654	75,08
Limita	45	45	654	48,55
Maticová rovnice	32	32	654	49,85
Soustava rovnic	50	50	654	47,86

Obr. 1 - Testové úlohy Matematika I (zdroj: UIS)

Na dalším obrázku 2 je znázorněna ukázka zápočtových testových příkladů předmětu Matematika I.

Řešte maticovou rovnici $XA = C^T - XB + 2X$

Vyberte jen jednu z následujících možných odpovědí.

- ☐ $X = 2C^T(A + B)^{-1}$
- ☐ $X = 2(A + B - 2I)^{-1}C^T$
- ☐ $X = C^T(A + B - 2I)^{-1}$
- ☐ $X = (A + B - 2I)^{-1}C^T$
- ☐ $X = -C^T(A + B - 2I)^{-1}$
- ☐ neodpovídat na tuto otázku

Vypočítejte limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{1 - \cos x}$

Vyberte jen jednu z následujících možných odpovědí.

- ☐ ∞
- ☐ 0
- ☐ -1
- ☐ $-\infty$
- ☐ neexistuje
- ☐ neodpovídat na tuto otázku

Obr. 2 - Ukázka příkladů z testu Matematika I (zdroj: UIS)

V předmětu Matematika II se vyučuje integrální počet funkce jedné proměnné, diferenciální počet funkce dvou proměnných a diferenciální a diferenční rovnice 1. a 2. řádu (ty součástí zápočtového testu nejsou, protože se probírají až na závěr semestru). Pro zápočtový test bylo

vybráno sedm typů úloh, jak ukazuje obrázek 3. Každý příklad je ohodnocen 4 body, z testu lze získat maximálně 28 bodů. Test trvá 45 minut.

Název složky	Počet otázek	Počet otázek použitých v testu	Počet otázek v pracích	Průměrná úspěšnost otázek (v %)
Lokální extrémy	34	34	589	48,73
Parciální derivace 1. řádu	30	30	589	55,60
Parciální derivace 2. řádu	31	31	589	44,61
Parciální zlomky a metoda neurč. koef.	42	42	589	33,96
Per partes	45	45	589	45,63
Substituce	37	37	589	29,46
Určitý integrál	31	30	589	28,14

Obr. 3 - Testové úlohy Matematika II (zdroj: UIS)

Vybrané zápočtové testové příklady předmětu Matematika II jsou na obrázku 4.

Vypočítejte $\int (x^2 - 3x + 2)e^x dx$

Vyberte jen jednu z následujících možných odpovědí.

- ☐ $2e^x$
- ☐ $e^x(x^2 - 5x + 3)$
- ☐ $e^x(x^2 - 5x + 7) + C$
- ☐ $e^x\left(\frac{x^3}{3} - 3\frac{x^2}{2} + 2x\right)$
- ☐ $e^x(x^2 - x + 1)$
- ☐ neodpovídat na tuto otázku

Určete lokální extrémy funkce $z = x^3 + 3xy + y^3$

Vyberte jen jednu z následujících možných odpovědí.

- ☐ $[0, 0]$ lokální minimum, $[-1, -1]$ lokální maximum
- ☐ $[0, 0]$ lokální minimum
- ☐ $[-1, -1]$ lokální minimum
- ☐ funkce nemá lokální extrém
- ☐ $[-1, -1]$ lokální maximum
- ☐ neodpovídat na tuto otázku

Obr. 4 - Ukázka příkladů z testu Matematika II (zdroj: UIS)

Kromě zápočtových testů se elektronicky realizuje i zkouška z předmětu Matematika I. Součástí testu je pět příkladů, tři teoretické otázky (z diferenciálního počtu a lineární algebry) a dva popisy grafů funkcí pomocí vlastností funkcí, limit a možných hodnot derivací. Příklady jsou ohodnoceny 5 body a celkem je možné získat 50 bodů. UIS umožňuje nastavení stupnice pro automatické udělování známek, v našem případě bylo použito rozmezí pod 50 % (F), interval od 50 do 60 % (E),

od 60 do 70 % (D), od 70 do 80 % (C), od 80 do 90 % (B) a od 90 % (A). Vybrané typy zkouškových úloh ilustruje obrázek 5, ukázkový příklad pak obrázek 6.

Název složky	Počet otázek	Počet otázek použitých v testu	Počet otázek v pracích	Průměrná úspěšnost otázek (v %)
Asymptoty	58	57	541	25,37
Derivace	32	32	541	53,56
DP teorie	45	44	541	59,33
Graf a derivace	41	38	541	68,99
LA definice	30	30	541	61,55
LA teorie	25	25	541	49,26
Limita	47	39	541	40,53
Lokální extrémy a inflexní body	51	50	541	45,75
Popis grafu	26	26	541	67,38
Soustava rovnic	42	41	541	51,85

Obr. 5 - Zkouškové úlohy Matematika I (zdroj: UIS)

Rozšířená matice soustavy lineárních rovnic o 4 neznámých má tvar

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -5 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 6 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & -12 & 10 & -2 \end{array} \right)$$

Určete základní řešení s bázičnými proměnnými x_1, x_2, x_4 .

Vyberte jen jednu z následujících možných odpovědí.

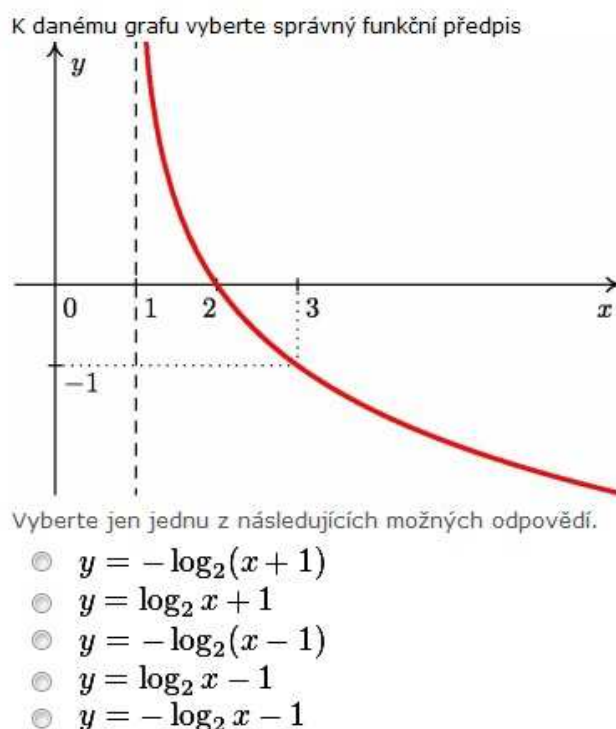
- ☐ neexistuje
- ☐ $x_1 = -2, x_2 = \frac{2}{5}, x_3 = 0, x_4 = -\frac{1}{5}$
- ☐ $x_1 = -2 + x_3, x_2 = \frac{2}{5} - \frac{7}{5}x_3, x_4 = -\frac{1}{5} + \frac{6}{5}x_3$
- ☐ $x_1 = 1, x_2 = -\frac{7}{5}, x_3 = 0, x_4 = \frac{6}{5}$
- ☐ $x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = 0, x_4 = 1$
- ☐ neodpovídat na tuto otázku

Obr. 6 - Ukázka příkladu ze zkoušky Matematika I (zdroj: UIS)

Jak je vidět v tabulkách, v databázi je pro každý typ úlohy uloženo zhruba 30 – 50 možných variant příkladů. Příklady jsou v testech generovány náhodně a také odpovědi jsou vybírány v náhodném pořadí.

Problematické testování kreslení grafů bylo vyřešeno pomocí opačného přístupu. Studentovi je například nabídnut graf funkce v posunutém tvaru, kterému má přiřadit správný funkční předpis. Vybírá z pěti možností. Obrázky grafů byly realizovány pomocí balíku maker `mfpic` využívající

příkazy METAPOSTu a byly do databáze uloženy ve formátu JPG jako objekty. Ukázku použití grafu demonstruje obrázek 7.



Obr. 7 - Příklad určení grafu funkce (zdroj: UIS)

UIS dovoluje elektronické testy navázat na konkrétní učebnu, čas a zkušební termín, takové testy slouží k testování znalostí studentů při zápočtu či zkoušce. Je však také možné test napojit na určitý předmět a zpřístupnit ho pouze studentům daného předmětu. Této možnosti se dá využít pro zveřejnění vzorových testů, které slouží k autotestování studentů a pomáhají jim při přípravě na zápočet nebo zkoušku.

Č.	Otázka	Složka	Typ	Počet prací obsahující otázku	Podíl prací obsahující otázku (v %)	Průměrná úspěšnost otázky (v %)
1	$\int x e^{3x} dx =$	Per partes	m+1	42	7,13	67,26
2	$\int x^3 \ln 2x dx =$	Per partes	m+1	44	7,47	63,64
3	$\int \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} dx$	Per partes	m+1	45	7,64	36,67
4	$\int 2x \operatorname{arctg} x dx =$	Per partes	m+1	39	6,62	32,69

Obr. 8 - Informace o příkladech testové databáze (zdroj: UIS)

UIS rovněž vytváří statistiky daného testu nebo všech testů v historii. Pro zvolený test vygeneruje seznamy studentů s jejich výsledky, které lze třídit podle různých kritérií. Poskytuje informace o jednotlivých složkách testu, vyhodnocuje úspěšnost použitých typů úloh, ale také i jednotlivých příkladů (viz obrázek 8) jakož i použitých odpovědí (obrázek 9). Toho lze využít při aktualizaci databáze a úlohy, které mají malou nebo naopak velmi vysokou úspěšnost, z databáze vyřadit. Je také možné zobrazit vyhodnocený test konkrétního studenta.

Č.	Otázka		Počet odpovědí
	Správnost	Možnost	
Vypočítejte a upravte výraz $V = z'_x + \frac{1}{y}z'_y$ pro funkci $z = xe^{3x-y^2}$			
1	☒	$e^{3x-y^2}(1+x)$	260
	☐	xe^{3x-y^2}	9
	☐	$e^{3x-y^2}(1-2x)$	45
	☐	0	1
	☐	$1+x$	3

Obr. 9 - Informace o odpovědích příkladu (zdroj: UIS)

3 Zhodnocení elektronického testování

Elektronické testování, nejen matematiky, přináší nespornou výhodu v podobě menší časové zátěže, kdy sledujeme značnou efektivitu procesu u obzvláště většího počtu studentů (viz také [1], [2]). Bodové vyhodnocení, případně stanovení známky, probíhá téměř okamžitě bez ohledu na počet zúčastněných. Přínosem je taktéž objektivita takového testování a zamezení opisování, neboť každému studentu se náhodně generuje samostatné zadání.

Co se týče nevýhod, vnímáme jako nedostatek použití pouze kratších typů příkladů. Například nejsme schopni v elektronickém testu požadovat po studentech kompletní průběh funkce, pouze některé části jeho výpočtu, a tím testujeme jen jakési dílčí znalosti. Podstatným faktem zůstává, že také nelze nahlížet na celý postup příkladu, ale pouze ověřovat správnost výsledku, což je v matematice vždy diskutabilní. Tvorba databáze otázek, vytváření chybných variant ke správné odpovědi, kontrola jednoznačnosti v odpovědích i samotná editace otázek v TEXu vyžadují systematickou, dlouhodobou a důslednou práci učitelů. Z organizačního hlediska je taktéž potřeba zajištění rezervace počítačové studovny v příslušné zkušební termíny tak, aby byl zohledněn rozvrh vyučujících i studentů. Což při velkém množství termínů v matematice i velké vytíženosti počítačové studovny pro jiné předměty klade nároky na organizaci a včasné administrativní zajištění. V neposlední řadě musíme k nepřehlédnutelným negativům zařadit možnost studentů u testu odpovědi tipovat. Hádání odpovědí se dá v UISu alespoň částečně zabránit strháváním bodů za nesprávnou odpověď. Například u otázky ohodnocené 4 body se při nesprávně zatržené odpovědi odečte 1 bod. Poslední nevýhodou může být nevyváženost vybraných příkladů v testu, kdy mohou být náhodně vybrány příklady s podobným postupem řešení.

Své zkušenosti z oblasti elektronického testování matematiky můžeme shrnout do následujících doporučení:

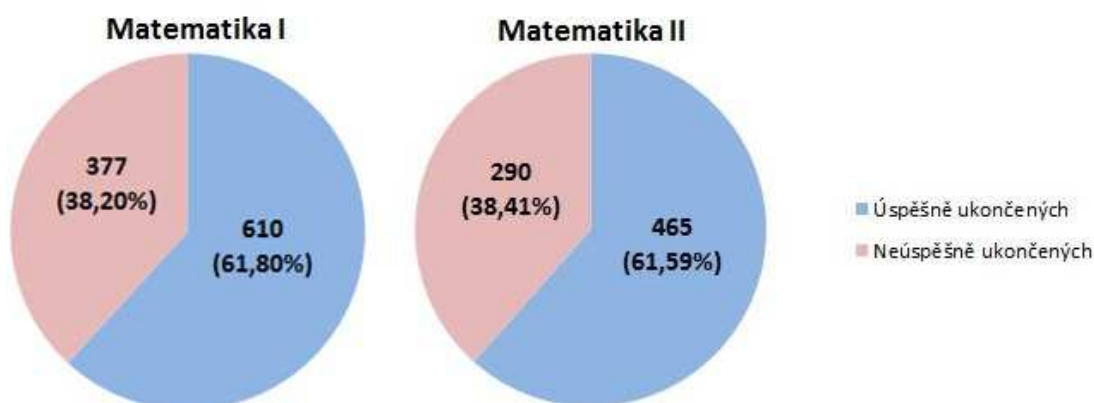
- Je zapotřebí vytvořit dostatečně rozsáhlou databázi otázek a příkladů, neboť i přes nahodilé generování otázek potřebujeme snížit pravděpodobnost, že dva studenti sedící vedle sebe mají některý příklad stejný. Větší variabilitu testu lze zajistit také náhodným generováním, což znamená, že jednotlivé typy příkladů se vybírají z příslušných složek v libovolném

pořadí, stejně tak i varianty odpovědí. Zároveň je vhodné u některých typů příkladů uložit do databáze více odpovědí než je počet nabízených, systém z nich daný počet náhodně vybere.

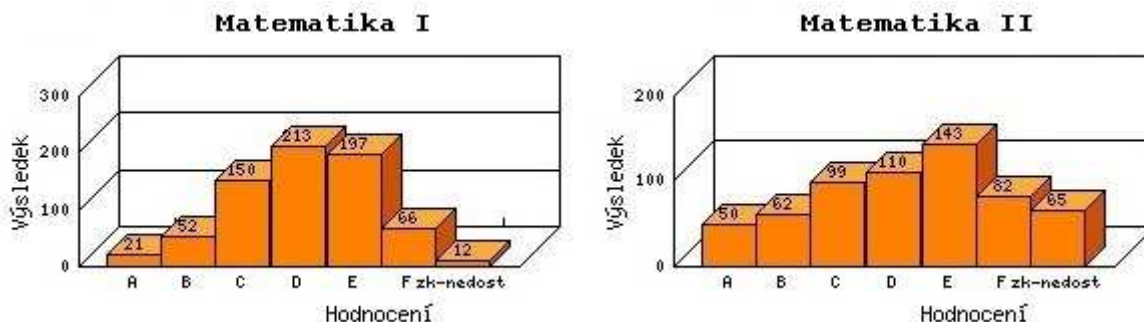
- Nelze opomenout fakt, že v dnešní době internetu a sociálních sítí mají studenti tendenci si zapamatovaná zadání uveřejňovat mezi sebou. Jeví se tedy jako nezbytně nutné databázi průběžně aktualizovat a přidávat pravidelně nové příklady. Je také otázka, zda by nebylo výhodné část databáze zadání ponechat jenom na řádný termín, část na opravné termíny, případně nechat „odpočívat“ například po dva semestry a pak opět „obnovit“.
- Mezi samozřejmá opatření při testech je odevzdávání popsaných papírů potřebných pro výpočty, možnost použít pouze kalkulačku, která je součástí operačního systému počítače, a zákaz manipulace s mobily. Pokud to univerzitní informační systém umožňuje, je vhodné na počítačové studovně při psaní testů povolit jen lokální síť univerzity bez možnosti připojení na internet.

Závěrem uvedme srovnání mezi zkouškou formou elektronického testu z předmětu Matematika I a zkouškou písemnou formou z předmětu Matematika II ve školním roce 2013/2014 (viz graf 2). Z uvedených grafů vyplývá, že vzhledem k dalším vlivům, které mohou ovlivnit úspěšnost v těchto předmětech, vyhodnocení znalostí oběma způsoby nepředstavuje žádné výrazné rozdíly.

Graf 2 - Úspěšnost studentů ve školním roce 2013/2014



Odlišnosti můžeme ale pozorovat ve výsledcích zkoušky z Matematiky I (elektronický test) a z Matematiky II (psaná forma). Na obrázku 10 jsou znázorněna hodnocení studentů se splněným zápočtem a zároveň přihlášených ke zkoušce. Je zajímavé, že nejlepšího hodnocení, tj. známky A, B, dosáhli studenti v elektronickém testování ve výrazně menších počtech vzhledem k celkovému počtu studentů přihlášených na zkoušku, než tomu bylo u písemné formy.



Obr. 10 - Srovnání výsledků Matematiky I a Matematiky II ve školním roce 2013/2014 (zdroj: UIS)

Pozorujeme také, že díky elektronickému testování u zápočtu i zkoušky jsou studenti po absolvování předmětu Matematika I málo rozpočítaní, nezvládají korektní matematický zápis a mají problém udržet koncept delšího komplexnějšího příkladu. Tento fakt pak činí při písemné zkoušce z předmětu Matematika II značné obtíže, které jsou studenti nuceni překonat právě až ve druhém semestru matematiky.

Závěr

Samotní studenti nehodnotí elektronické testování příliš kladně. Uvádíme jeden z častých názorů v evaluacích předmětu Matematika I: „Zkouška na PC mi přijde nevyhovující. Jde pouze o výsledky, které může mnoho studentů i tipnout. Myslím, že by zkouška z matematiky měla být písemná na papír, aby se mohlo přihlížet i k výpočtům a celému řešení příkladů, a tedy i k porozumění dané problematice.“

Jako vyučující umožňujeme studentům náhledy do vypracovaných testů formou konzultace, kde společně probíráme u PC jednotlivé zodpovězené otázky a konfrontujeme odpovědi s postupem na odevzdaném papíře. Občas se bohužel nevyhne dojmů, že student si zápočet nebo zkoušku nezasloužil, že jeho pochopení tématu neodpovídá požadavkům na předmět, nicméně označil správné odpovědi u patřičného množství příkladů. Naopak někteří studenti mají celkově dobrý nadhled nad problematikou, rozumí dané látce, ale vzhledem k častým numerickým chybám či dysgrafickému zápisu jsou v elektronických testech neúspěšní.

Elektronické testování přineslo do výuky nový rozměr umožňující zvládnout velké množství studentů i při relativně malém počtu vyučujících. A vzhledem k dnešnímu trendu celostátních přijímacích zkoušek na střední školy či celostátních maturit je to jistě přístup zcela opodstatněný. Domníváme se však, že v případě organizačních i časových možností přetrvává vyšší hodnota v testování matematických znalostí klasickým způsobem a učitelé vysokých škol by se měli snažit tuto formu zkoušení, i přes současné technické možnosti informačních systémů, zejména u zkoušky preferovat.

Literatura

1. CHLÁDEK, P., SMETANOVÁ, D. Elektronické testování z matematiky. *Media4u Magazine*. 2014, roč. 11, č. 2, s. 42-44. ISSN 1214-9187. Dostupné z: <http://www.media4u.cz/mm022014.pdf>
2. CHLÁDEK, P., SMETANOVÁ, D. Zhodnocení přínosu elektronického testování studentů v matematice. *Trendy ve vzdělávání*. 2014, roč. 7, č. 1, s. 328-331. ISSN 1805-8949. Dostupné z: http://www.kteiv.upol.cz/tvv_web/tvv14/tvv_2014_proceedings.pdf
3. RÁDL, P. Výuka matematiky na Provozně ekonomické fakultě Mendelovy university v Brně. *Aktuální otázky výuky matematiky na ekonomických oborech*. Brno: Masarykova univerzita v Brně. 2011, s. 19-23. ISBN 987-80-210-5669-5.
4. ŘÍHOVÁ, D., NAVRÁTIL, M. Tvorba a generování testů v eLearningovém portálu pro základní kurzy matematiky. In *7. konference o matematice a fyzice na vysokých školách technických* (sborník příspěvků). Brno: Univerzita obrany. 2011, s. 353-362. ISBN 978-80-7231-816-2.
5. SMETANOVÁ, D., CHLÁDEK, P. Jak konstruovat „multiple choice“ úlohy z matematiky. *Trendy ve vzdělávání*. 2014, roč. 7, č. 1, s. 402-404. ISSN 1805-8949. Dostupné z: http://www.kteiv.upol.cz/tvv_web/tvv14/tvv_2014_proceedings.pdf
6. ŠEDÁ, J., TYLLICH, M. eLearning – testování a zkoušení [online]. UIS Mendelu Brno. Dostupné z: http://is.mendelu.cz/dok_server/slozka.pl?download=16773;id=14211
7. ŠEDÁ, J., TYLLICH, M. Učitel [online]. UIS Mendelu Brno. Dostupné z: https://is.mendelu.cz/dok_server/slozka.pl?download=3620;id=14211

Kontaktní adresa:

Dana Říhová, RNDr. Ph.D., Ústav statistiky a operačního výzkumu, Provozně ekonomická fakulta Mendelovy univerzity v Brně, Zemědělská 1, 613 00 Brno, ČR, tel.: +420 545 132 412, e-mail: dana.rihova@mendelu.cz

Lenka Viskotová, RNDr. Ph.D., Ústav statistiky a operačního výzkumu, Provozně ekonomická fakulta Mendelovy univerzity v Brně, Zemědělská 1, 613 00 Brno, ČR, tel.: +420 545 132 427, e-mail: lenka.viskotova@mendelu.cz