

POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ ŘEŠENÍ SLOVNÍCH ÚLOH NA ZÁKLADNÍCH A STŘEDNÍCH ŠKOLÁCH

ŠÍMA František, CZ

Resumé

Námětem příspěvku je porovnání klasifikace slovních úloh, které řešili žáci základních škol a studenti středních škol v regionu Jižní Čechy. Byly jim zadány slovní úlohy předem určených typů. Hodnoceny byly zvláště výsledky dívek a zvláště výsledky chlapců a také celkové výsledky. Porovnáním těchto výsledků byly zjištěny určité rozdíly mezi řešením dívek a chlapců a rozdíly mezi řešením jednotlivých typů slovních úloh, kterými byly slovní úlohy o celku a části, slovní úlohy o směsích, slovní úlohy o pohybu a slovní úlohy o společné práci.

Klíčová slova: slovní úloha, hodnocení, porovnání výsledků, rozdíly.

COMPARISON OF THE RESULTS OF WORD PROBLEMS' SOLVING AT PRIMARY AND SECONDARY SCHOOLS

Abstract

The essay deals with the comparison of the marking of word problems which were solved by primary school pupils and secondary school students in the South Bohemia region. They were solving several types of word problems. The results were assessed in groups – word problems solved by girls, word problems solved by boys and also all results. On this base, the differences in solving the word problems between girls and boys and the differences in solving different types of word problems such as the word problems on the whole and parts, on mixtures, on movement and on common work were found out.

Key words: word problem, assessment, comparison of results, differences.

Úvod

V rámci průzkumu řešení slovních úloh na základních a středních školách v regionu Jižní Čechy byl vyhodnocen soubor osmi skupin slovních úloh zadáných v letech 2011 a 2014. Byly sledovány výsledky dívek, chlapců a výsledky společné. Vzájemné porovnání všech těchto hodnot bylo také promítnuto do způsobu zadání dalších skupin příkladů v roce 2014.

1 Zadání

V roce 2011 byly na základních a středních školách uvedeného regionu zadány čtyři soubory slovních úloh (soubory byly označeny A, B, C, D). První úloha byla vždy slovní úloha o celku a části, druhá byla slovní úloha o směsích, třetí byla slovní úloha o pohybu a čtvrtá byla slovní úloha o společné práci. Vzhledem k tomu, že výsledky v jednotlivých skupinách byly rozdílné, byly v roce 2014 zadány na školách stejného regionu další čtyři soubory slovních úloh (soubory byly označeny E, F, G, H). Celkem byly slovní úlohy zadány 579 žákům a studentům, což je dohromady 2 316 řešených úloh. Při hodnocení úloh byla užita klasická pětistupňová klasifikace.

2 Celkové výsledky a porovnání výsledků dívek a chlapců

Celkové výsledky jsou zapsány v tabulkách 1 až 4. V tabulce 1 je souhrn výsledků ze všech typů škol, v tabulce 2 jsou shrnuty výsledky všech typů středních škol (včetně gymnázií), v tabulce 3 jsou pak výsledky žáků základních škol (včetně nižšího stupně víceletého gymnázia, tj. studentů

středních škol, kteří věkově odpovídají žákům základních škol). Výsledky jsou ještě doplněny tabulkou 4, kde jsou shrnuty výsledky studentů všech typů gymnázií (včetně nižšího stupně víceletého gymnázia). V tabulkách jsou uvedeny jednak celkové výsledky, ale také jsou rozlišeny výsledky dívek a výsledky chlapců.

Tabulka 1: Průměrné známky ve všech školách (vlastní zdroj)

A - H	dívky:	chlapci:	všichni:
1. příklad	2,84	2,77	2,80
2. příklad	3,40	3,18	3,29
3. příklad	3,88	3,61	3,75
4. příklad	4,06	3,81	3,94
celkově	3,55	3,32	3,44

Tabulka 2: Průměrné známky na středních školách (vlastní zdroj)

A - H	dívky:	chlapci:	všichni:
1. příklad	2,70	2,54	2,62
2. příklad	3,31	3,04	3,17
3. příklad	3,75	3,50	3,62
4. příklad	4,00	3,69	3,84
celkově	3,44	3,18	3,30

Tabulka 3: Průměrné známky na základních školách (vlastní zdroj)

A - H	dívky:	chlapci:	všichni:
1. příklad	3,01	3,16	3,08
2. příklad	3,50	3,43	3,47
3. příklad	4,04	3,81	3,94
4. příklad	4,13	4,01	4,08
celkově	3,68	3,58	3,64

Tabulka 4: Průměrné známky na gymnáziích (vlastní zdroj)

A - H	dívky:	chlapci:	všichni:
1. příklad	2,62	2,33	2,48
2. příklad	2,97	2,76	2,87
3. příklad	3,63	3,24	3,45
4. příklad	4,03	3,52	3,78
celkově	3,33	2,92	3,13

Z tabulek je zřejmé, že celkově lepší výsledky dosáhli chlapci. Chlapci měli lepší výsledky ve všech příkladech i v celkovém hodnocení. V prvním příkladě byli chlapci v průměru lepší o necelou desetinu stupně (přesně 0,07), v ostatních příkladech i v celkovém hodnocení byli chlapci lepší o čtvrtinu stupně (od 0,22 v 2. příkladu do 0,27 v 3. příkladu). Tento téměř stejný rozdíl v jednotlivých výsledcích je velmi zajímavý. Jak později vyplyne, byl dosažen určitou korekcí po zadání prvních čtyř příkladů.

Porovnáme-li výsledky v jednotlivých typech škol (základní školy, střední školy, gymnázia), jsou rozdíly mezi chlapci a dívkami již větší. Největší rozdíl ve prospěch chlapců je na gymnáziích ve 4. příkladu (0,51), největší rozdíl ve prospěch dívek (a jediný kladný) je na základních školách v 1. příkladu (0,15).

Porovnáme-li výsledky v jednotlivých příkladech, odpovídají pořadí příkladů (nejlepší jsou v prvním – úloha o celku a části, nejhorší v posledním – úloha o společné práci). Toto platí nejen celkově, ale i ve všech typech škol (i pro dívky a chlapce). Rozdíly mezi jednotlivými příklady jsou často i více než jeden stupeň (nejvíce dívky v gymnáziích, rozdíl činil 1,41). Na to, že nejhorší výsledky byly ve slovních úlohách o společné práci, mělo vliv i to, že úloha byla uvedena jako poslední a často nebyla ani řešena (žáci a studenti se k řešení z časových důvodů nedostali).

Na to, proč jsou výsledky většinou ve prospěch chlapců, se pokusím odpovědět v následující kapitole, kde jsou porovnány výsledky dosažené v jednotlivých skupinách A až H.

3 Výsledky v jednotlivých skupinách

Vzhledem k tomu, že výsledky v jednotlivých skupinách se lišily, je zajímavé tyto hodnoty porovnat navzájem. Hodnoty jsou zapsány v tabulkách 5 až 7, v tabulce 5 jsou výsledky dívek, v tabulce 6 výsledky chlapců a v tabulce 7 jsou celkové výsledky. Pořadí typů slovních úloh je stejné jako v předchozích tabulkách.

Tabulka 5: Výsledky dívek v jednotlivých skupinách (vlastní zdroj)

dívky	A	B	C	D	E	F	G	H
1. příklad	2,02	1,85	4,27	2,40	2,86	3,50	2,83	3,31
2. příklad	3,09	2,91	4,09	3,32	3,13	3,67	4,14	3,13
3. příklad	3,91	3,50	3,91	3,98	3,93	3,50	4,73	3,80
4. příklad	4,18	4,33	3,61	4,10	4,50	3,60	3,79	4,23
celkově	3,19	3,15	3,93	3,44	3,68	3,60	3,91	3,69

Tabulka 6: Výsledky chlapců v jednotlivých skupinách (vlastní zdroj)

chlapci	A	B	C	D	E	F	G	H
1. příklad	2,34	2,18	3,90	2,57	2,71	3,06	2,75	2,78
2. příklad	3,60	2,92	4,08	3,00	2,96	2,84	3,41	2,78
3. příklad	4,11	2,97	3,83	3,62	3,50	2,99	4,36	3,46
4. příklad	4,24	3,61	3,87	3,91	4,10	3,62	3,51	3,68
celkově	3,54	2,97	4,00	3,21	3,28	3,06	3,48	3,15

Tabulka 7: Celkové výsledky v jednotlivých skupinách (vlastní zdroj)

všichni	A	B	C	D	E	F	G	H
1. příklad	2,16	2,01	4,08	2,49	2,79	3,31	2,79	3,03
2. příklad	3,30	2,91	4,09	3,15	3,05	3,32	3,74	2,94
3. příklad	4,00	3,25	3,87	3,79	3,74	3,28	4,53	3,62
4. příklad	4,21	3,99	3,74	4,00	4,32	3,60	3,64	3,93
celkově	3,34	3,07	3,97	3,31	3,50	3,37	3,67	3,39

Protože testy byly zadávány ve dvou termínech, bude hodnocení tomuto postupu odpovídat. Nejprve byly zadány úlohy A – D. Výsledky byly vyhodnoceny a na základě hodnocení byly zadány úlohy E – F.

Po vyhodnocení úloh A – D se ukázalo, že existují velké rozdíly mezi jednotlivými příklady i mezi jednotlivými skupinami. Ve skupině A činil rozdíl mezi nejlépe hodnoceným příkladem 1 a nejhůře hodnoceným příkladem 4 celkem 2,05 (u dívek dokonce 2,16), ve skupině B byl tento rozdíl 1,98 (u dívek dokonce 2,48). Největší rozdíl mezi skupinami byl v 1. příkladu skupin B a C a to 2,07 (u dívek dokonce 2,42). Proto byly vytvořeny nové čtyři skupiny úloh (varianty E – H),

kde neměly být rozdíly tak velké. To se skutečně podařilo, neboť rozdíly u další sady úloh byly již mnohem menší.

Po vyhodnocení úloh E – H byl největší rozdíl mezi příklady ve skupině G a to mezi příkladem 1 a příkladem 3 celkem 1,74 (u dívek dokonce 1,90). Největší rozdíl mezi skupinami byl v 3. příkladu skupin F a G a to 1,25 (u chlapců 1,37). Tyto rozdíly již byly mnohem menší. Dosaženo toho bylo tím, že byla zvýšena obtížnost nejjednoduššího příkladu 1. Vzhledem k tomu, že v tomto příkladu dosahovaly v jednodušší verzi lepších výsledků dívky, mělo to vliv i na vzájemné výsledky dívek a chlapců. Zatímco ve skupinách A – D byli dívky lepší v prvních dvou příkladech a chlapci v posledních dvou příkladech (celkem byly lepší dívky o 0,05), ve skupinách E – H byli ve všech příkladech lepší chlapci (celkem o 0,45), což ovlivnilo celkové výsledky všech skupin (chlapci byli nakonec lepší ve všech příkladech i celkově a to o 0,23).

Z tohoto zjištění je možné udělat závěr, že dívky převážně dosahují lepších výsledků v jednodušších příkladech, zatímco chlapci oproti dívkám dosahují lepších výsledků v těžších příkladech. Dokládá to jak celkové hodnocení, tak porovnání jednotlivých skupin. Dále je zřejmé, že chceme-li mít výsledky hodnocení s malým rozptylem, je dobré zvýšit náročnost, známky jsou vyšší a tím se rozptyl zmenšuje. Bylo toho využito zejména v příkladu 1, kde byl původně rozptyl vysoký. V tomto příkladu byly v první části úspěšnější dívky, proto byly touto změnou (zadáním obtížnějšího příkladu 1) znevýhodněny.

Shrneme-li hodnocení všech skupin, zjistíme, že rozdíly v první části úloh (skupiny A – D) jsou mnohem větší než v části druhé (skupiny E – F). Hodnotíme-li nejlepší a nejhorší příklady, je nejlepší příklad 1 ve skupině A, nejhorší ve skupině C, nejlepší příklad 2 je ve skupině B, nejhorší ve skupině C, nejlepší příklad 3 je opět ve skupině B, nejhorší ve skupině G, nejlepší příklad 4 je ve skupině F, nejhorší ve skupině E a celkově je nejlepší skupina B, nejhorší skupina C. Z přehledu je jasné, že mnohem více extrémních hodnot je v první části (jsou to asi dvě třetiny).

Podíváme-li se na náročnost příkladů v jednotlivých částech (srovnáváme první část A – D a druhou část E – H), zjistíme, že nejtěžší byl vždy 3. příklad a nejlehčí 2. příklad. První a poslední příklady byly co do obtížnosti někde uprostřed.

4 Některá zadání – nejlepší a nejhorší skupiny

Vzhledem k tomu, že uvádět všechny texty slovních úloh by zabralo příliš místa, uvádím jen nejlépe a nejhůře hodnocenou skupinu a připojuji jednu ze „středně“ hodnocených skupin.

Varianta B: (skupina s celkově nejlepším výsledkem)

1. Písemnou zkoušku z matematiky psalo 37 žáků, nikdo z nich neměl pětku. Jedniček bylo dvakrát víc než čtyřek, dvojek bylo o 6 více než jedniček, trojek bylo 11. Kolik žáků mělo jedničku, kolik dvojku, trojku a čtyřku?
2. Pět litrů bílého vína a šest litrů červeného vína stálo 432 Kč. Jeden litr červeného vína je o 6 Kč dražší než 1 litr bílého vína. Kolik korun zaplatíme za 2 litry bílého a 2 litry červeného vína?
3. Pánové A a B bydlí ve vzdálenosti 224 km. Vyjedou-li v autech současně ze svých obydlí proti sobě, setkají se po 2 hodinách. Pán A ujede za hodinu o 4 km více než pán B. Kolik km urazí každý z nich za hodinu?
4. Dělník A by sám provedl výkop za 7 hodin, dělník B sám za 6 hodin. Protože výkop má být skončen za 2 hodiny, byl přibrán ještě dělník C. Za jak dlouho by výkop provedl sám dělník C?

Varianta C: (skupina s celkově nejhorším výsledkem)

1. Tři sourozenci měli našetřeno celkem 1 274 Kč. Petr měl našetřeno o 15 % více než Jirka a Hanka o 10 % méně než Petr. Kolik korun měl našetřeno každý z nich?
2. Ze dvou druhů čaje o ceně 160 Kč a 220 Kč za 1 kilogram se má připravit 20 kg směsi v ceně 205 Kč za 1 kilogram. Kolik kilogramů každého druhu čaje bude třeba smíchat?
3. Auto ujelo vzdálenost mezi městy A a B za 4 hodiny. Kdyby se průměrná rychlost auta zvýšila o 17 km/h, ujelo by auto tuto vzdálenost o hodinu dříve. Určete rychlost auta a vzdálenost mezi městy A a B.
4. Vodní nádrž se naplní jen prvním přítokem za 10 hodin, jen druhým za 12 hodin a jen třetím za 15 hodin. Za jak dlouho se naplní, budou-li otevřeny všechny tři přítoky současně?

Varianta H: (skupina s „průměrným“ výsledkem)

1. Boty stály třikrát tolik co přezůvky. Kdyby byly levnější o 210 Kč, byly by dvakrát dražší než přezůvky. Kolik Kč stály boty a kolik přezůvky?
2. V internátu je ve 48 pokojích ubytováno celkem 173 žáků. Některé pokoje jsou třílůžkové, některé čtyřlůžkové. Určete, kolik pokojů je třílůžkových a kolik čtyřlůžkových, jestliže všechny pokoje jsou plně obsazeny?
3. Z města A do města B vyjelo nákladní auto průměrnou rychlostí 30 km/h. Současně s ním vyjel i autobus, který měl průměrnou rychlost 40 km/h a který přijel do města B o 1 h 15 min dříve než nákladní auto. Jaká je vzdálenost mezi oběma městy?
4. Prvním kombajnem lze sklídit obilí z určitého lánu za 24 hodiny, druhým, výkonnějším kombajnem za 16 hodin. Za kolik hodin bylo sklizeno obilí z tohoto lánu, jestliže se sklízelo současně oběma kombajny, ale druhý kombajn začal pracovat o čtyři hodiny později než první kombajn?

Závěr

Z uvedených výsledků je zřejmé, že je možné porovnat výsledky řešení slovních úloh na různých typech škol a výsledky dívek a chlapců. Porovnáme-li školy, je zjištění celkem logické, lepších výsledků dosahují studenti středních škol, žáci základních škol jsou na tom hůře. Nejlepších výsledků pak dosahují studenti gymnázií. Přihlédneme-li k tomu, jak byly upravovány slovní úlohy v druhé části, můžeme konstatovat, že výsledky dívek a chlapců jsou srovnatelné. V první části dosáhly lepších výsledků dívky, v druhé části pak chlapci. Nalezené rozdíly, jsou ovlivněny typy slovních úloh a jejich náročností.

Je ještě nutné dodat, že není dobré spokojit se jen s celkovým přehledem, ale je třeba porovnat i výsledky v jednotlivých částech (skupinách). Pak zjistíme, že variabilita rozdílů ve skupinách se stírá celkovým průměrem. Toto je třeba mít na mysli a při vyhodnocení výsledků s tím počítat.

Je také určitě zajímavé zjistit, jaké metody řešení volili jednotliví žáci a studenti. To znamená zkoumat myšlenkové postupy řešení slovních úloh a hledat rozdíly mezi postupy různých řešitelů (užití rovnic, úsudků, grafů nebo jiných postupů). Ale to je téma, které bude námětem již jiného článku. Tématem tohoto článku bylo pouze pomocí vyhodnocení klasifikace na rozdíly upozornit. Rozdíly v klasifikaci jak mezi skupinami, tak mezi jednotlivými typy příkladů, již naznačují, kde tyto odlišnosti hledat.

Literatura

1. BĚLOUN, F. a kol. *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu*. Praha: Prometheus, 2001, dotisk 8., upraveného vydání, 256 s. ISBN 80-7196-104-3.
2. CZUDEK, P. a kol. *Slovní úlohy řešené rovnicemi pro žáky a učitele ZŠ, studenty a profesory SŠ*. Praha: sdružení podnikatelů HAV, 1998, 1. vydání, 156 s.
3. KALOVÁ, J. *Jsou aplikační úlohy ve výuce matematiky vždy přínosem?* In Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol, sborník příspěvků celostátní konference. Plzeň, 2014, 1. vydání, s. 95-101. ISBN 978-80-86843-45-2.
4. KALOVÁ J. *Application in Mathematical education*. Proceedings of ICPM '14, Liberec, 2014, ISBN 978-80-7494-108-5.
5. ŠÍMA, F. *Matematizace reálných situací a slovní úlohy*. UP Olomouc, disertační práce, 2013, 197 s.
6. TRÁVNÍČEK, S. *Oprava písemek z matematiky*. UP Olomouc, 2006, 168 s. ISBN 80-244-1556-9.
7. TRÁVNÍČEK, S. *Pojďme na to s matematikou (a někdy i s počítačem)*. Vydavatelství Univerzity Palackého v Olomouci, 2013.
8. VEJSADA, F., TALAFOUS, F. *Sbírka úloh z matematiky pro gymnasia*. Praha, SPN, 1969, 1. vydání, 688 s. 1271/15-534-69.

Kontaktní adresa:

František Šíma, Mgr., Ph.D.,
Katedra přírodních věd, Vysoká škola technická a ekonomická v Českých Budějovicích,
Okružní 570/10, 370 01 České Budějovice,
tel.: 387 842 166,
mail: sima@mail.vstecb.cz.