

O HYPOTÉZE DRSNOSTI POVRCHU

MACUROVÁ Anna, SR – VASILKO Karol, SR

Resumé

V příspěvku je testovaná hypotéza z oblasti technológií obrobeného povrchu.

Klíčová slova: Hypotéza, povrch, testovanie hypotézy.

HYPOTHESIS ABOUT THE CUT SURFACE

Abstract

In the paper is presented the hypothesis with testing experimental process.

Key words: Hypothesis, surface, testing of the hypothesis.

1 Úvod

Testovanie hypotéz je proces, v ktorom na základe výberových údajov odhadujeme s určitou pravdepodobnosťou, či tvrdenie o niektorom z parametrov základného súboru je, alebo nie je pravdivé.

Každá úloha testovania hypotéz je formulovaná tak, že proti sebe stoja dve hypotézy a to nulová hypotéza (často jednoduchá), ktorú budeme označovať H_0 a alternatívna hypotéza (najčastejšie zložená) označovaná H_1 .

2 Test extrémnych hodnôt

Grubbsov test

Nech $x_1, x_2, \dots, x_n$ je náhodný výber z normálneho rozdelenia $N(\mu, \sigma^2)$. Nájďme najväčšiu hodnotu x_{max} a najmenšiu hodnotu x_{min} .

Testujeme hypotézu:

$H_0 : x_{max}$ nie je extrémne veľká hodnota proti $H_1 : x_{max}$ je extrémne veľká hodnota, (1)
resp.

$H_0 : x_{min}$ nie je extrémne malá hodnota proti $H_1 : x_{min}$ je extrémne veľká hodnota. (2)

Testovacia štatistika:

$$T_{max} = \frac{x_{max} - \bar{x}}{s_x} \sqrt{\frac{n}{n-1}} \quad (3)$$

resp.

$$T_{min} = \frac{x_{min} - \bar{x}}{s_x} \sqrt{\frac{n}{n-1}} \quad (4)$$

Ak $T_{max} > T_\alpha(n)$, tak H_0 zamietame, x_{max} je extrémne veľká hodnota.

Ak $T_{min} > T_a(n)$, tak H_0 zamietame, x_{min} je extrémne malá hodnota. $T_a(n)$ je kritická hodnota Grubbsovho testu.

Drsnosť obrobeného povrchu sa dá považovať za náhodnú premennú s normálnym rozdelením $N(\mu, \sigma^2)$. Ak je $\sigma^2 > 0,36$ (v μm), obrobený povrch nie je vyhovujúci. Pri meraní $n = 11$ náhodne vybraných miest na obrobenom povrchu sústružení, boli zistené hodnoty drsnosti (v μm):

5,3 3,0 4,8 3,6 4,1 2,5 4,7 2,4 3,2 3,8 4,4

Zistíme, či je obrobený povrch vyhovujúci. Zvolíme $\alpha = 0,05$. Vypočítame 95%-ný ľavostranný interval spoľahlivosti pre rozptyl σ^2 .

Testujeme hypotézu o drsnosti obrobeného povrchu

$$H_0 : \sigma^2 = 0,36 \text{ proti } H_1 : \sigma^2 > 0,36$$

$$\text{Vypočítame výberový rozptyl } s_x^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \right) = \frac{1}{10} (168,04 - 11 \cdot 3,8^2) = 0,92$$

Testovacia štatistika nadobudne hodnotu podľa

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s_x^2}{\sigma_0^2} = \frac{10 \cdot 0,92}{0,36} \cong 25,56$$

V štatistických tabuľkách nájdeme $\chi_a^2(n-1) = \chi_{0,05}^2(10) = 18,31$.

Pretože

$$\chi^2 = 25,56 \geq \chi_{0,05}^2(10) = 18,31,$$

Hypotézu H_0 zamietame na hladine významnosti $\alpha = 0,05$, drsnosť obrobeného povrchu nie je vyhovujúci.

$$p\text{-hodnota pre tento test je } P(\chi^2 > 25,56) = 4,379 \cdot 10^{-3}$$

Veľmi malá hodnota p -hodnoty je v neprospech nulovej hypotézy H_0 .

Vypočítame 95%-ný ľavostranný interval spoľahlivosti pre rozptyl σ^2 . Podľa

$$\left\langle \frac{(n-1)s_x^2}{\chi_a^2(n-1)}, \infty \right\rangle$$

platí

$$\left\langle \frac{10 \cdot 0,92}{18,31}, \infty \right\rangle = \langle 0,502, \infty \rangle,$$

Interval spoľahlivosti neobsahuje hodnotu 0,36.

12 meraní najväčšej nerovnosti obrobeného povrchu sa uskutočnilo štandardným meracím prístrojom, hodnoty boli označené y_i a novým digitálnym meracím prístrojom na meranie drsnosti hodnoty boli označené z_i . Zistíme, či je medzi získanými hodnotami podstatný rozdiel.

Výsledky meraní sú nezávislé a zapíšeme ich do tabuľky, zistené hodnoty sú párové, (y_i, z_i) , $i = 1, 2, \dots, 12$. Urobíme rozdiely $x_i = y_i - z_i$, $i = 1, 2, \dots, 12$, ktoré vyjadrujú veľkosť systematickej chyby.

y_i	28,22	33,95	38,25	42,52	37,62	36,84	36,12	35,11	34,45	52,83	57,90	51,52
z_i	28,27	33,99	38,20	42,42	37,64	36,85	36,21	35,20	34,40	52,86	57,88	55,53
x_i	-0,05	-0,04	0,05	0,10	-0,02	-0,01	-0,09	-0,09	0,05	-0,03	0,02	-0,01

Tab.1 Hodnoty najväčšej nerovnosti obrobeného povrchu

Zistíme výberové charakteristiky

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{-0,12}{12} = -0,01,$$

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \right)} = \sqrt{\frac{1}{11} (0,0372 - 12 \cdot (-0,01)^2)} \cong 0,0572$$

$$\bar{y} = \frac{1}{12} 485,45 = 40,7875,$$

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{11} (20,514 - 12 \cdot 40,4442^2)} \cong 8,9725$$

$$\bar{z} = \frac{1}{12} 489,45 = 40,7875$$

$$s_z = \sqrt{\frac{1}{11} (20,949 - 12 \cdot 40,7875^2)} \cong 9,4671$$

Použijeme párový test. Ak medzi výsledkami získanými rôznymi prístrojmi nie je rozdiel, je $\Delta = 0$.

Testujeme hypotézu o strednej hodnote

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \Delta \text{ proti } H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \Delta.$$

Testovacia štatistika nadobúda hodnotu

$$T = \frac{\bar{x} - \Delta}{s_x} \sqrt{n} = \frac{-0,01 - 0}{0,0572} \sqrt{12} = -0,6056.$$

V tabuľkách nájdeme $t_{\alpha}(n-1) = t_{0,05}(11) = 2,201$,

Hypotézu H_0 na hladine významnosti $\alpha = 0,05$ nezamietame. Medzi meracími prístrojmi nie je podstatný rozdiel.

3 Literatura

1. KURZWEIL, J. *Obyčajné diferenciálne rovnice*. SNTL, Praha, 1978.

2. MACURA, D. – MACHALOVÁ, A. Ohraničenosť a oscilatoričnosť riešení systému štyroch nelineárnych diferenciálnych rovníc prvého rádu. *Acta Facultatis Paedagogicae Universitatis Šafarikanae*. FHPV PU, Prešov. 1996. pp. 25-30.
3. MACURA, D. – MACUROVÁ, A. On boundedness and oscilatoricity of solutions of non-linear differential systems. *Proceedings of the International Scientific Conference of Mathematics*, ŽU Žilina, 1998, ISBN 80-7100-578-9.
4. MACURA, D. – MACUROVÁ, A. On a Trasformation by Means of the Generalized c – Hyperbolic Coordinates. *Annals of DAAAM for 2004 & Proceedings of the 15th International DAAAM Symposium „ Intelligent Manufacturing & Automation*. 2004, Vienna, Austria, pp. 261-262.
5. MACUROVÁ, A. – MAMRILLA, D. A Remark on Transformation of Certain Nonlinear Differential Systems by Means of Hyperbolic Coordinates. *Procedings of the International Scientific Conference on Mathematics*. TU Košice, 2000, pp. 118-121.
6. MAMRILLA, D. *O systémoch kvázilineárnych diferenciálnych rovníc prvého rádu*. Essox Prešov, 2004, ISBN 80-968369-5-1.
7. MAMRILLA, D. Transformácia pomocou krivočiarych súradníc a niektoré vlastnosti riešení diferenciálnych systémov, riešenia systémov lineárnych diferenciálnych rovníc so symetrickou maticou. *Acta Facultatis Paedagogicae Universitatis Šafarikanae, XXV*, Prešov, UPJŠ, 1994, ISBN 80-88697-09-3.
8. MACURA, D. *Obyčajné diferenciálne rovnice*. 1. vyd. Prešov. FHPV PU, 2003. 79 strán. ISBN 80-8068-175-9.
9. MACURA, D. *Funkcia viac premenných* 1. vyd. Prešov.FHPV PU, 2005. 56 strán. ISBN 80-8068-321-2.
10. VASILKO, K. et all. *Technológia obrábania a montáže* 1. vyd. Bratislava. Alfa, 1991, 494 s.
11. HRUBINA, K.- MACUROVÁ, A. On the Approximation Method Applied to the Solution of Mathematical Model Expressed by Differential Equation of the Second Order. *Transaction of the Universities of Košice*, 2003, p. 36-46. ISSN 1335-2334.
12. MACUROVÁ, A. – VASILKO, K. Analysis of Linear and Non – Linear Equation for Oscillating Movement. *Optimizacija virobničich procesiv i tehničnij kontrol' u mašinobuduvanni ta priladobuduvanni*. Visnik nacional'noho universitetu L'vivska politehnika. No. 583 (2007), p. 96 – 102. ISSN 0321-0499.
13. MACUROVÁ, A. Aproximácia funkcií v experimentálnych metódach. *Forum statistikum slovakum*. Číslo 2/2007. Ročník III. s. 164-167. ISSN 1336-7420.
14. MACUROVÁ, A. - MACURA, D. Ohraničenosť riešení diferenciálnej rovnice druhého rádu. *Forum statistikum slovakum*. Číslo 2/2007. Ročník III. s. 168-171. ISSN 1336-7420.

Príspevok je zostavený v rámci riešenia projektu 1/4004/2007.

Lektoroval: Doc. RNDr. Anna Tirpáková, CSc.

Kontaktné adresy:

Anna Macurová, PaedDr. PhD.,
Katedra matematiky, informatiky a kybernetiky,
Fakulta výrobných technológií TU v Košiciach,
Bayerova 1, 080 01 Prešov, SR, tel. 00421
0905205933 e-mail anna.macurova@tuke.sk

Karol Vasilko, Prof., Ing., DrSc.
Katedra výrobných technológií, Fakulta
výrobných technológií, TU v Košiciach, Bayerova
1, 080 01Prešov, SR, e-mail karol.
vasilko@tuke.sk