

POROVNANIE ANALYTICKÉHO A NUMERICKÉHO RIEŠENIA PRIAMÝCH, LOMENÝCH A ZAKRIVENÝCH NOSNÍKOV

MURČINKOVÁ Zuzana, SR

Resumé Článok sa zaoberá porovnaním spôsobu výpočtu, ako aj výsledkov, posúvajúcich síl T , ohybových momentov M , deformácie w , φ a normálových a šmykových napätí σ , τ pri (rovinnom, priestorovom) ohybe pre priame, lomené a zakrivené nosníky. Rôzne prístupy k riešeniu uvedených úloh navádzajú k rôznym prístupom k riešeniu úloh nielen vo výpočtárskej praxi, ale aj rozširujú vedomosti z oblasti simulácie mechanického správania sa konštrukcií využitím softvéru Pro/Mechanica, resp. podobných.

Kľúčové slová: výpočet, nosník, softvér, animácia, vizualizácia.

COMPARISON OF ANALYTICAL AND NUMERICAL COMPUTATION OF STRAIGHT, BROKEN AND CURVED BEAMS

Abstract The paper deals with comparison of computational approach and received results of shear force T , bending moment M , deformation w , φ and normal and shear stress σ , τ in (plane, compound) bending for straight, broken and curved beams. The various approaches to solution of mentioned problems indicate the possibility to use various approaches not only in computation. Also, it opens out the knowledge in branch of mechanical behaviour simulation of structures by use of software Pro/Mechanica or another.

Key words: computation, beam, software, animation, visualization.

1 Úvod

Cieľom tohto porovnania z pedagogického hľadiska je spoznanie rôznych prístupov riešenia a schopnosť aplikácie nadobudnutých vedomostí z predmetov Pružnosť a pevnosť a Mechanika. Pokiaľ na uvedenom predmete študent dokáže vypočítať analyticky priebehy posúvajúcich síl T , ohybových momentov M , deformácie w , φ a normálových a šmykových napätí σ , τ pri rovinnom ohybe pre priame a lomené nosníky, na predmete Napät'ové analýzy na PC sa naučí výpočet vykonať numericky, teda s použitím metódy konečných prvkov a softvéru Pro/Mechanica. Pokiaľ na predmete Pružnosť a pevnosť dokáže riešiť jednoduché priame a lomené nosníky, na predmete Napät'ové analýzy, použitím softvéru, študent dokáže na viac riešiť zložité, aj staticky neurčité, priame a lomené nosníky, ale aj zakrivené nosníky a zložité rovinné a priestorové prúťové a rámové konštrukcie.

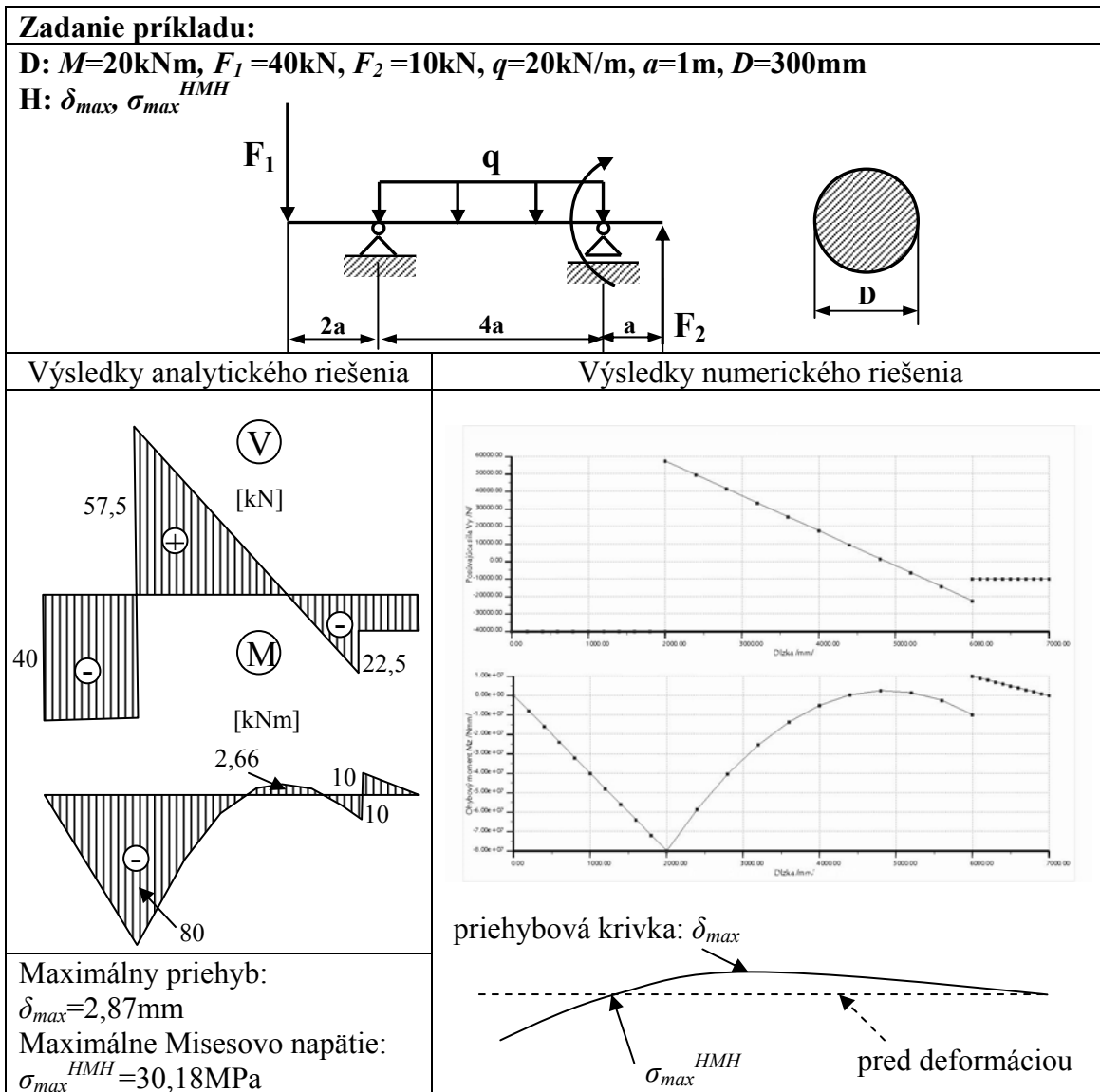
Dochádza k syntéze vedomostí z niekoľkých predmetov. Rozvoj schopnosti analýzy a syntézy je pre inžinierske myslenie nevyhnutné, v ktorejkoľvek technickej oblasti sa študent v budúcnosti uplatní.

2 Porovnanie analytického a numerického riešenia

Na simuláciu mechanického správania sa uvedených konštrukcií je použitý softvér Pro/Mechanica využívajúci metódu konečných prvkov, konkrétne jej p-verziu,

ktorá používa tzv. geometrické elementy (p-elementy), ktoré sa vyznačujú väčšou odlišnosťou od základných tvarov konečných prvkov (KP), v porovnaní s h-verziou. Vyššia presnosť riešenia sa dosahuje zvyšovaním stupňa polynómu tvarových funkcií (do deviateho stupňa), nie zvyšovaním počtu KP.

Pre riešenie vyššie uvedených úloh je vhodné použiť jednorozmerné konečné prvky (KP) s použitím polynomických tvarových funkcií vyššieho rádu (do 9-teho stupňa).

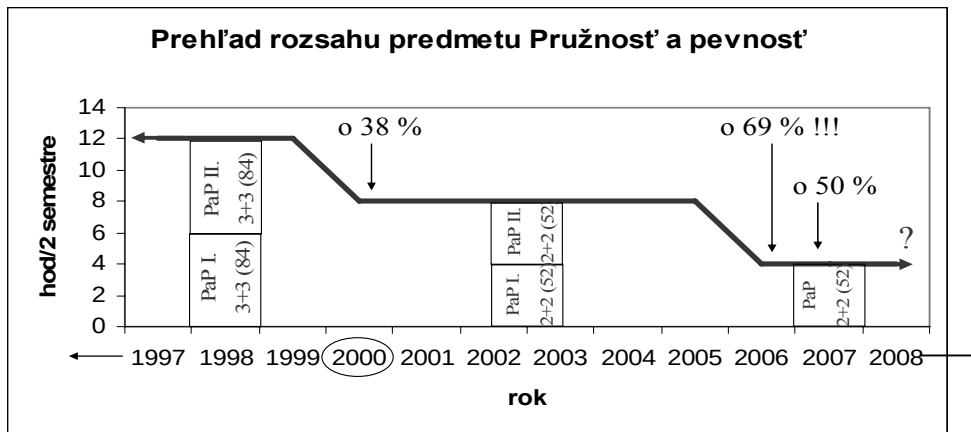


Obr. 1: Porovnanie.

Obr. 1 znázorňuje porovnanie analytického a numerického riešenia toho istého príkladu. Výsledné hodnoty sú zhodné, odlišnosť je v spôsobe dosiahnutia týchto výsledkov. Numerické riešenie na viac obsahuje vizualizáciu priehybovej krivky (vľavo dole) a s využitím funkcie animácie môže študent sledovať ako sa deformuje nosník vplyvom vonkajšieho zaťaženia, ktoré pri animácii akoby narastalo od nuly až po konečnú hodnotu zaťaženia a späť, aj keď ide o statickú analýzu.

Na obr. 3 sú ďalšie príklady. Tieto v súčasnosti nie sú riešené v rámci predmetu Pružnosť a pevnosť z dôvodu súčasného zúženého rozsahu hodín tohto predmetu (obr.

2). K uvedenému zníženiu počtu hodín došlo v rámci prechodu na 3-stupňové vysokoškolské vzdelanie (Bc., Ing., PhD.). Obr. 2 nezohľadňuje ďalšie zrušenie predmetu Aplikovaná pružnosť a pevnosť, v rozsahu 2+2 hodiny na jeden semester. Ak by sme uvažovali ešte tento predmet ako súčasť Pružnosti a pevnosti, potom čísla boli ešte viac alarmujúce.



Obr. 2: Prehľad rozsahu výučby predmetu Pružnosť a pevnosť.

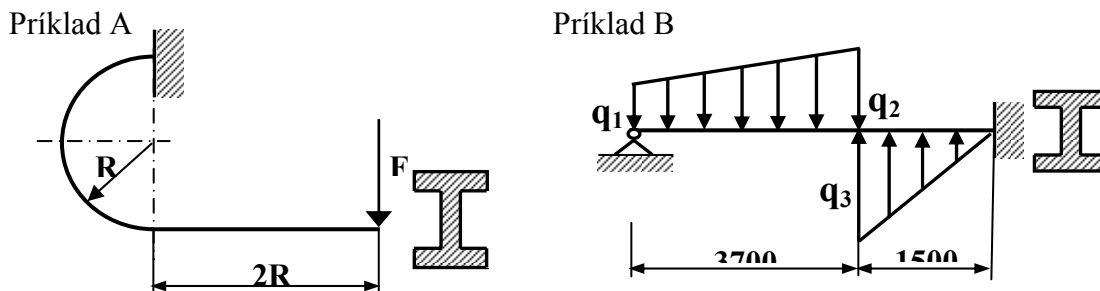
Zaradením týchto úloh do predmetu Napät'ové analýzy na PC sú študenti schopní ich riešiť použitím softvéru Pro/Mechanica. Tieto príklady boli analyticky riešené v rámci Pružnosti a pevnosti II., ktorá od roku 2006 sa nevyučuje. Uvedený predmet nepatrí medzi populárne predmety. Pri použití softvéru študenti dokonca úlohy pružnosti a pevnosti riešia radi. Výhody oproti analytickému riešeniu:

- rýchlosť,
- jednoduchá tvorba výpočtového modelu pre daný typ úloh,
- možnosť následnej atraktívnej možnosti použitia vizualizácie a animácie výsledkov,
- možnosť jednoduchej modifikácie modelu, čo poskytuje viac priestoru pre porovnávanie, navrhovanie (napr. uloženia) a pod.
- študent nepotrebuje mať teoretické základy z riešenia rôznych typov nosníkov, dokonca dokáže riešiť aj staticky neurčité úlohy bez znalosti napr. metódy kanonických rovníc, ktorá sa pri analytickom riešení staticky neurčitých úloh používa.
- študent nemusí byť dobrý v matematike, čo mnoho študentov nie je,
- študent dokáže riešiť aj oveľa zložitejšie konštrukcie.

Tento prístup pre väčšinu súčasnej úrovne prijímaných študentov stačí, avšak nevýhodou je:

- študent nevie dostatočne posúdiť, či výsledok je správny, a to z dôvodu práve absencie teoretických základov (zrušenie predmetu Pružnosť a pevnosť II., Napät'ové analýzy na PC nemajú prednášky),
- ďalšími chýbajúcimi vedomosťami sú základy metódy konečných prvkov, ktorú Pro/Mechanica na výpočty využíva.

Základnou úlohou pre príklady A, B a im podobným je určiť priebehy posúvajúcich síl T , ohybových momentov M , deformácie w , φ a určiť maximálne normálové a šmykové napätia σ , τ . Doplnujúcou úlohou je:



Obr. 3: *Príklady riešenia.*

- pootočiť priečne prierezy o 90° a porovnať koľkokrát sa zmenší/zväčší maximálny priehyb δ_{max} a maximálne Misesovo napätie σ_{max}^{HMH} ,
- zmeniť uloženie nosníkov na posuvné lôžko – kĺb (Príklad B), votknutie – kĺb (Príklad A) a porovnať zmenu v priebehoch vnútorných silových veličín aj porovnať koľkokrát sa zmenší/zväčší maximálny priehyb δ_{max} a maximálne Misesovo napätie σ_{max}^{HMH} .

3 Záver

Na téme porovnania rôznych prístupov k riešeniu ohybu nosníkov sme chceli poukázať na možnú syntézu vedomostí z niekoľkých predmetov, na základe čoho dochádza k podpore schopnosti inžinierskeho myslenia.

Ďalej, využitím softvéru a možnosti animácie a vizualizácie výsledkov je oblasť riešenia ohybu nosníkov z pohľadu študenta prítiahlivejšia a stáva sa dokonca obľúbenou. Zhrnuli sme aj výhody a nevýhody aplikácie softvéru do oblasti riešenia ohybu nosníkov oproti analytickému riešeniu.

Zároveň je študent využitím softvéru schopný riešiť aj 2D a 3D prútové a rámové konštrukcie, resp. zakrivené nosníky, ktoré v rámci súčasného rozsahu Pružnosti a pevnosti neabsolvuje.

4 Literatúra

1. Pro/Mechanica: Structure and Thermal Analysis, Wildfire, ASCENT - Center for Technical Knowledge, Mississauga, Ontario Canada.
2. Murčinková, Z. – Monková, K.: Základy modelovania konštrukcií v MKP: Programy Pro/Engineer - Pro/Mechanica. 1. vyd. Prešov: Apeiron EU, 2007. 88 s. ISBN 978-80-969763-7-9.
3. Murčinko, J.: Aplikácia znalostného systému v CAD/CAM systéme. In: Výrobné inžinierstvo. roč. 5, č. 3 (2006), s. 57-59. ISSN 1335-7972.

Lektoroval: prof. Ing. Karol Vasilko, DrSc.

Kontaktná adresa:

Zuzana Murčinková, Ing. PhD., Katedra navrhovania technologických zariadení, Fakulta výrobných technológií v Prešove, Technická univerzita Košice, Štúrova 31, 080 01 Prešov, SR, tel. 00421 51 77 23 796, e-mail: zuzana.murcinkova@tuke.sk