

DYNAMICKÉ ZNÁZORNĚNÍ A VÝPOČET NAPĚTÍ PŘI NAMÁHÁNÍ OHYBEM A KRUTEM

FILÍPEK Josef – NAVRÁTIL Miroslav, ČR

Resumé

V příspěvku je pomocí animací znázorněn průběh normálového napětí ohýbaného nosníku a smykového napětí zkrucované tyče. Pro odvození pevnostních rovnic pomocí vyšší matematiky je třeba uplatnit řadu idealizovaných předpokladů. Snahou autorů je ukázat, že i relativně složitější technické úlohy lze ve výuce prezentovat názorně a pro studenty srozumitelně.

Klíčová slova: ohyb a krut, normálové a smykové napětí, modul průřezu, animované prezentace.

DYNAMIC VISUALIZATION AND CALCULATION OF STRESSES DURING BENDING AND TORSIONAL LOADING

Abstract

The paper uses animation to show the course of normal tension of a bent girder and shear tension of a twisted rod. For the derivation of strength equations with the use of high mathematics a number of idealized assumptions must be applied. The authors endeavour to show that even relatively complicated technical problems can be presented clearly and comprehensibly to students.

Key words: flexion and torsion, normal and shear tension, cross-section module, animated presentations.

1 Úvod

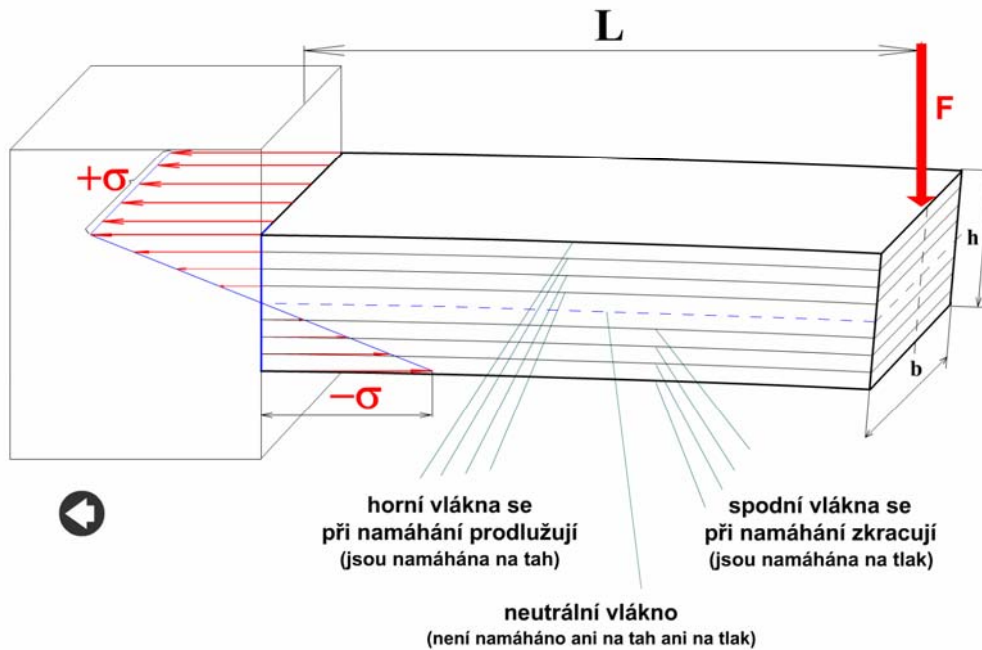
Mezi prosté případy namáhání těles patří tah, tlak, střih, ohyb a krut. Nejsložitější stavy napjatosti vznikají při ohybu a krutu, proto jsme se soustředili na animaci těchto způsobů namáhání. K tomu byl použit software Adobe Flash CS3.

2 Namáhání ohybem

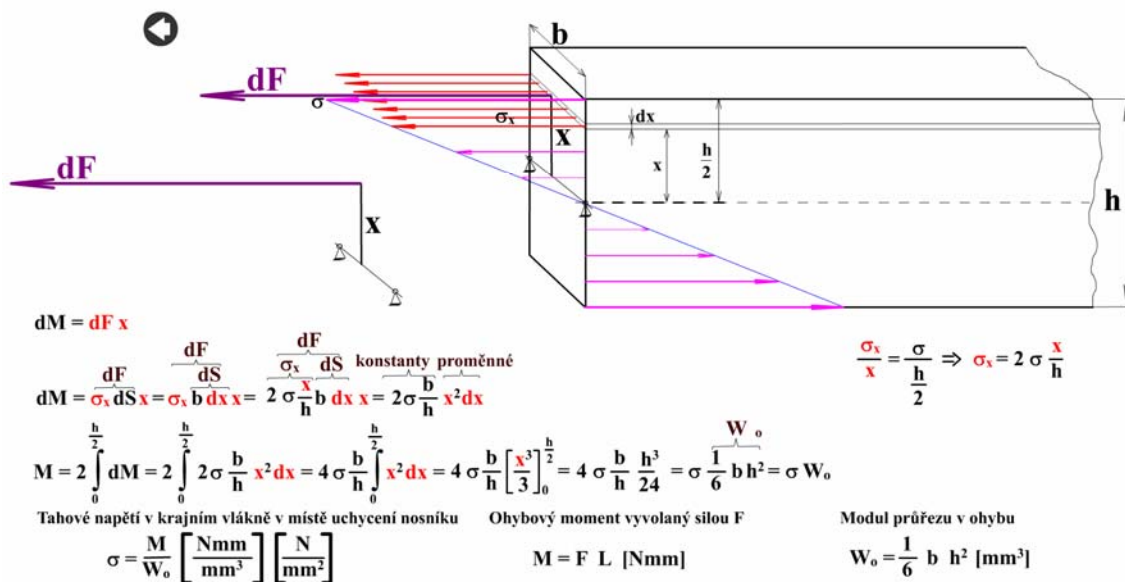
Vnější síla **F** v animaci na obr. 1 namáhá nosník v místě uchycení ohybovým momentem **M**. Působením ohybového momentu se těleso prohýbá, v namáhaném průřezu vzniká vnitřní napětí, které se snaží vrátit tělesu původní tvar. Při odvození pevnostní rovnice se vychází z následujících předpokladů:

- nosník jako celek je namáhán pouze ohybovým momentem (*účinek posouvajících sil se zanedbává, protože délka nosníku L oproti výšce h je velká*),
- vlákna nad neutrální osou jsou namáhána na tah, vlákna pod neutrální osou na tlak,
- vlákna jsou namáhána jen pružnou deformací (*plastickou deformaci vylučujeme*),
- modul pružnosti v tahu se rovná modulu pružnosti v tlaku pro všechna vlákna,

- prodloužení (zkrácení) vláken je přímo úměrné jejich vzdálenosti od neutrální osy,
- prodloužení (zkrácení) vláken je přímo úměrné velikosti zátěžné síly F ,
- tahové (tlakové) napětí v daném vlákne je přímo úměrné jeho prodloužení (zkrácení),
- namáhaný průřez má konstantní rozměry ($b \times h$).



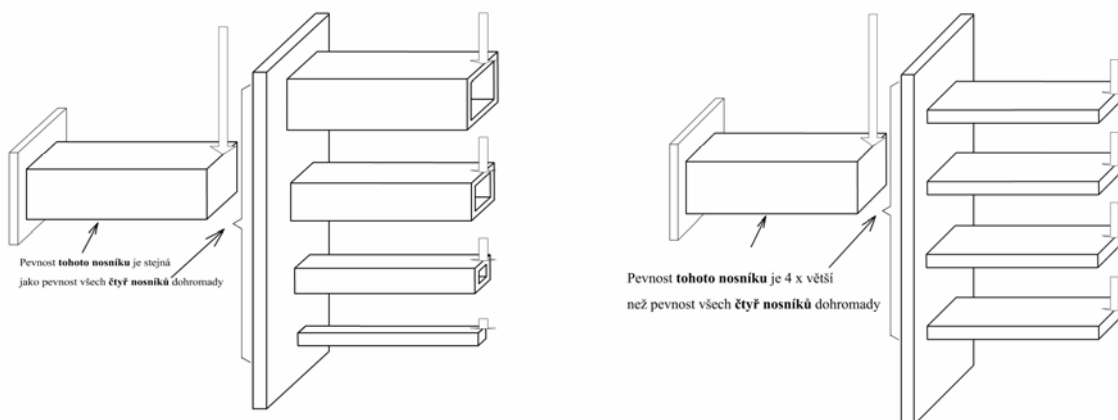
Obr. 1: Vetknutý nosník zatížený osamělou silou.



Obr. 2: Postup při odvození výpočtu normálového napětí.

Při dodržení výše jmenovaných předpokladů lze s využitím znalosti vyšší matematiky (*určité integrály*) postupně odvodit vztahy pro výpočet normálového napětí σ i modulu průřezu v ohybu W_o (Obr. 2).

Pro studenty jsou také velmi názorné ukázky animací, které upozorňují na vliv tvaru průřezu namáhaných nosníků na jejich pevnost (Obr. 3).

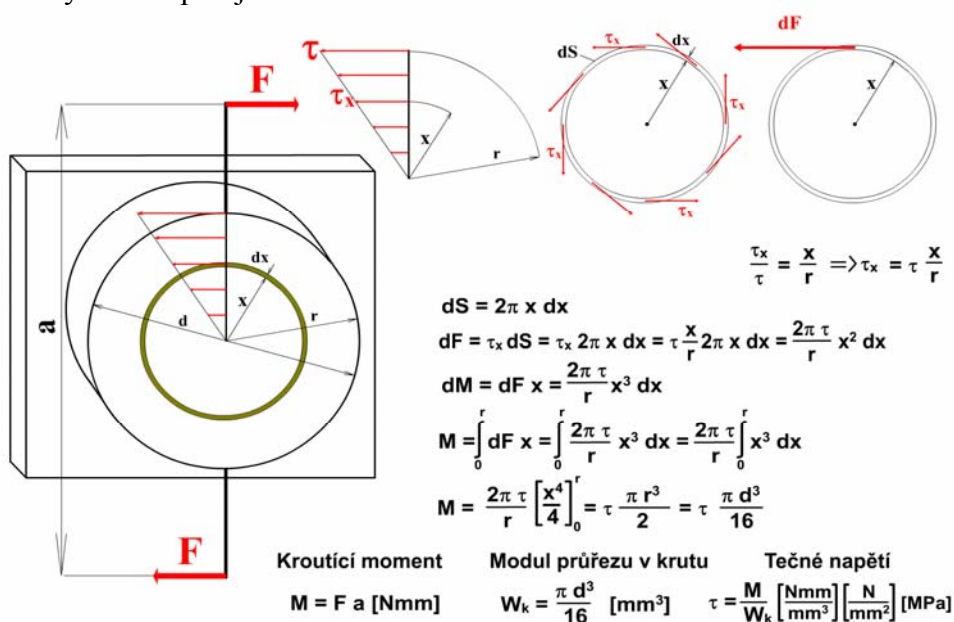


Obr. 3: Vliv tvaru průřezu na pevnost nosníků v ohybu.

3 Namáhání krutem

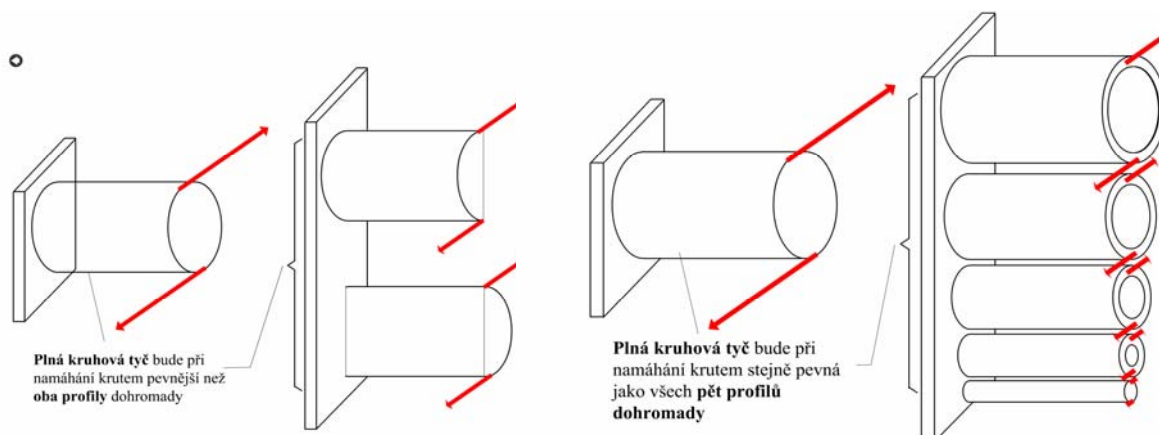
Při namáhání krutem působí dvojice sil v rovině řezu, tj. v rovině kolmé k ose tyče (Obr. 4). Vyvolaný krouticí moment se snaží dva sousední rovnoběžné průřezy navzájem pootočit o úhel γ . Pro odvození pevnostní rovnice se vychází z následujících předpokladů:

- jedná se o kruhový průřez (*pro nekruhové průřezy je stanovení napětí velmi složité*),
- kruhový průřez v průběhu zatěžování zůstane nezborcený,
- smykové napětí je úměrné vzdálenosti od osy,
- smykové napětí je úměrné velikosti krouticího momentu.



Obr. 4: Postup při odvození smykového napětí.

Animace na obr. 5 poukazuje na skutečnost, že obdobně jako při zatěžování ohybem závisí i při namáhání krutem pevnost daného profilu nejen na velikosti, ale i na tvaru průřezu.



Obr. 5: Vliv tvaru průřezu na pevnost v krutu.

4 Závěr

Určitý integrál si většina studentů představuje jako číslo znázorňující obsah plochy mezi osou x a křivkou funkce. Určitý integrál má však využití v celé řadě technických aplikací, např. stanovení normálového napětí při zatěžování ohybem, či tečného napětí při zkoušce krutem. Zde nachází široké uplatnění animace, které názorně vystihnou teoretickou podstatu zkoumaného děje.

5 Literatura

1. FILÍPEK, J. *Nauka o materiálu – příklady* Brno : Vydavatelství MZLU 1999, 102 s. ISBN 80-7157-351-5.
2. ADOBE CREATIVE TEAM *Adobe Flash CS3 Brno* : Computer Press 2008, 341 s. ISBN 978-80-251-2109-2.
3. NAVRÁTIL, M. *Matematika I. (pro distanční studium vysokých škol)* Ostrava : Nakladatelství KEY Publishing 2009, 197 s. ISBN 978-80-87071-82-3.

Lektoroval: Doc. Ing. Jan Červinka, CSc.

Kontaktní adresa:

Josef Filípek, Doc. Ing. CSc.,
Ústav techniky a automobilové dopravy,
Agronomická fakulta MZLU, Zemědělská 1,
613 00 Brno, ČR, tel. +420 545 132 123,
e-mail: filipek@mendelu.cz

Miroslav Navrátil, RNDR. Ph.Dr.,
Ústav matematiky, Lesnická a dřevařská
fakulta MZLU, Zemědělská 2, 613 00
Brno, ČR, tel +420 545 134 026,
e-mail: navratil@mendelu.cz