

VLASTNOSTI GEOMETRICKÝCH OBJEKTŮ V PROSTŘEDÍ GEOMETRICKÉHO SOFTWARE

HODAŇOVÁ Jitka, ČR

Resumé

Geometrie na počítači pracuje s jinými prostředky jako geometrie klasická s pravítkem a kružítkem. Konstrukce s pomocí počítače jsou nejen moderní a populární, ale jsou především rychlé a přesné. Právě tyto vlastnosti oceňují žáci a studenti při přípravě na vyučování a při samotné výuce. Počítač se tak stal moderní náhradou klasického rýsování na papíře. Moderní geometrie je interaktivní a dynamická. Uživatel geometrického programu může ovlivňovat situaci na monitoru a měnit parametry objektů.

Klíčová slova: dynamická geometrie, geometrický software, vlastnosti geometrických objektů.

PARAMETERS OF THE GEOMETRICAL OBJECTS IN THE GEOMETRICAL SOFTWARE ENVIRONMENT

Abstract

On computer displayed geometry has different parameters in comparison to classical geometry using drawing compasses and rules. Constructions made with help of computer are not only modern and popular but first of all they are exact and prompt. Pupils and students preparing for school and working on lessons evaluate these qualities. The computer substituted the classical drawing on paper. The modern geometry is interactive and dynamic. The user can influence the situation on the screen and change the parameters of the objects.

Key words: dynamic geometry, geometrical software, parameters of geometrical objects.

Počítačem podporovaná geometrie má, kromě rychlosti a přesnosti rýsování, řadu dalších výhod. To co je na počítačové geometrii zajímavé je možnost měnit jednotlivé prvky v objektu, přičemž se celá konstrukce modifikuje vzhledem k provedeným změnám. Překreslení probíhá tak rychle, že je možné hned sledovat vztahy mezi prvky v objektu. Je možné sledovat, které vazby se zachovávají, které byly při konstrukci dané a neměnné a které vazby se při změně polohy mění a jakým způsobem se mění. Je možné sledovat, které vlastnosti se zachovávají a které vlastnosti se mění. Užitím počítačové geometrie se výuka geometrie stává zajímavější, přístupnější a názornější. Vizualizace geometrie podporuje také proces pamatování.

Názornosti dynamické geometrie lze využít na základní škole například při probírání vlastností trojúhelníku, při objasňování vlastností úhlů, střední příčky, těžnice a výšky. Dynamické vlastnosti je možné sledovat při konstrukci kružnice trojúhelníku opsané, kružnice trojúhelníku vepsané a při konstrukci tečen z bodu, který leží ve vnější oblasti kružnice.

Na střední škole mohou studenti sledovat vlastnosti středového a obvodového úhlu, u kterých mohou měřit jejich velikost. Elektronicky změřené hodnoty se dynamicky mění v závislosti na změně velikosti objektu a ukazují souvislosti mezi údaji a prvky objektu. Počítačové dynamické programy je možné také využít při probírání goniometrických funkcí v pravoúhlém trojúhelníku. Je možné názorně ukázat aplikace goniometrických funkcí na

konkrétních příkladech z geometrie i z praxe. Funkce jsou dalším rozsáhlým tématem, ve kterém je užitečné využívat vlastností dynamické geometrie. Počítačové programy umožňují znázornit vlastnosti funkcí a studovat průběh jednotlivých funkcí. Rozsáhlá oblast vhodná pro dynamické zobrazení jsou množiny bodů daných vlastností. V případě předkládání pojmu mocnost bodu ke kružnici je metoda dynamického modelování a názorného objasňování velmi účinná, protože žáci mají s pochopením tohoto pojmu značné problémy. Pojem mocnost bodu ke kružnici se vyučuje v matematice na gymnáziích jako rozšiřující téma. S tímto pojmem je možné žáky seznámit:

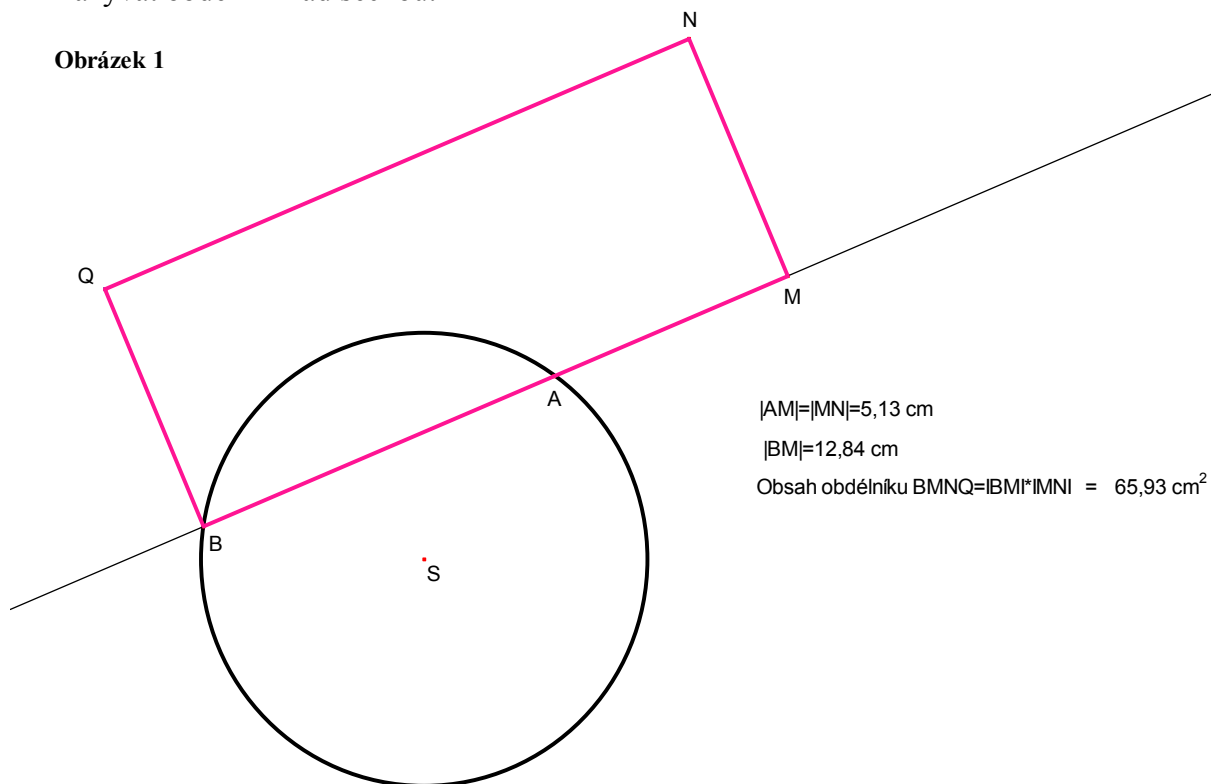
- souvislým **výkladem**, který vychází z **definice** pojmu
- metodou **dynamického modelování**.

Téma mocnost bodu ke kružnici je vhodné předložit studentům tak, že žákům zadáme vhodnou motivační úlohu.

Motivační úloha:

Mějme danu kružnici k se středem S a bod M ležící mimo ni. Bodem M vedeme libovolnou sečnu. Její průsečíky s kružnicí označíme A a B . Nad úsečkou MB sestrojíme obdélík o stranách délky $|MB|$ a $|MA|$. Tento obdélík budeme v dalším textu pro jednoduchost nazývat obdélík nad sečnou.

Obrázek 1



Úkoly k dynamickému modelování:

1. Změnou polohy bodu B na kružnici budeme měnit polohu sečny. S tím se bude měnit i tvar popsaneého obdélíku, jedna jeho vlastnost však zůstane zachována- obsah.
2. Pokusme se změnit polohu bodu M a experiment opakujme – obsah obdélíku bude jiný, ale opět ne něj bude mít vliv volba sečny (volba bodu B).

3. Pozorujme jak se mění obsah obdélníka, když se bod M vzdaluje, nebo když se bod M přibližuje ke kružnici., vně i uvnitř kružnice.
- Vně kružnice obsah obdélníka roste se vzdáleností bodu M od středu kružnice.
 - Je-li M na kružnici, je obsah nulový.
 - Je-li bod M uvnitř kružnice, obsah roste s pohybem bodu M směrem do jejího středu, kde je maximální.

Shrnutí:

Obsah popsaného obdélníka, tedy $|MA| * |MB|$, je nezávislý na volbě sečny, je určen pouze polohou bodu M vzhledem ke kružnici.

Definice č.1 :

Libovolnému bodu M roviny lze přiřadit reálné číslo m , pro něž platí:

$$\begin{aligned} m(M, k) &= |MA| * |MB| && \text{pro body } M \text{ ležící vně kružnice } k, \\ m(M, k) &= -|MA| * |MB| && \text{pro body } M \text{ ležící uvnitř kružnice } k, \\ m(M, k) &= 0 && \text{pro body } M \in k. \end{aligned}$$

Číslo m se nazývá mocnost bodu M ke kružnici k (značeno $m(M, k)$)

Definice č.2:

Definice pomocí vzdálenosti bodu M od středu kružnice S a pomocí poloměru.

Vyjdeme z předchozího příkladu a sečnu sestrojíme tak, aby procházela středem kružnice S (viz obrázek 2).

$$\begin{aligned} |MS| &= v \\ |MA| &= |v - r| \\ |MB| &= |v + r| \end{aligned}$$

Víme, že součin $|MA| * |MB|$ nezávisí na volbě sečny.

Je-li v ($v \geq 0$) vzdálenost bodu M od středu S kružnice k , pak pro mocnost m platí:

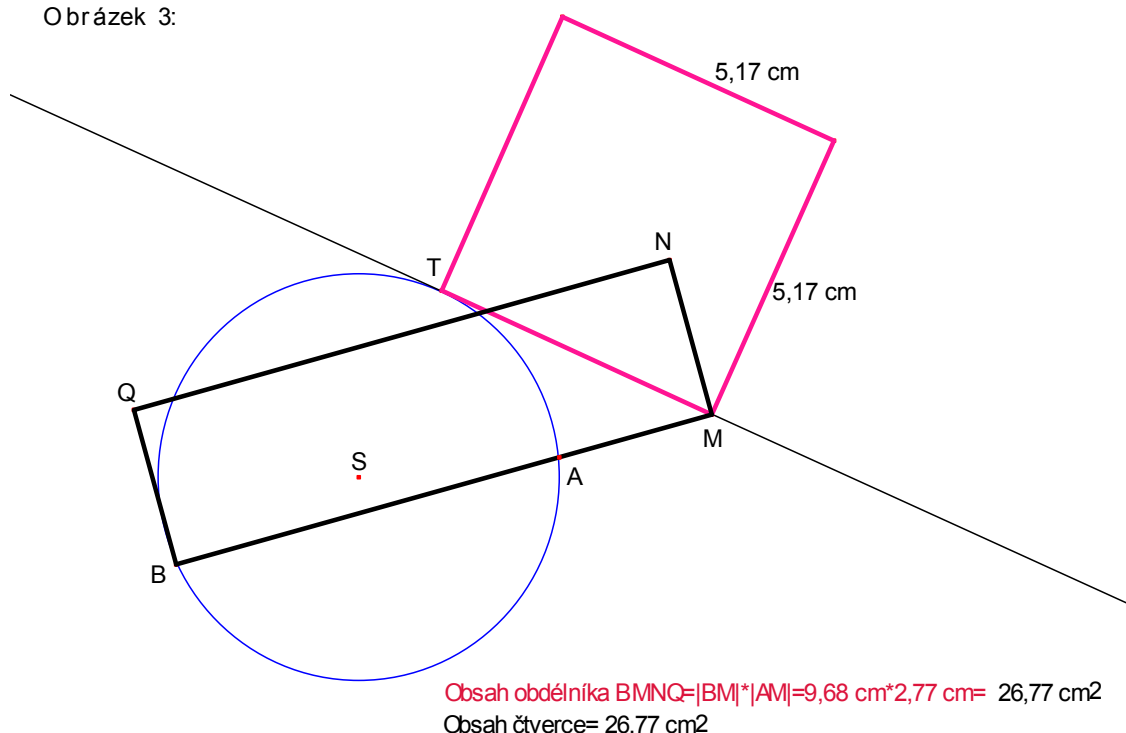
$$m(M, k) = (v - r) * (v + r) = v^2 - r^2$$

Definice č.3:

Definice pomocí tečny sestrojené z bodu M .

Obrázek č. 3 ukazuje souvislost mezi $|MT|^2$, tedy souvislost mezi obsahem čtverce nad úsečkou MT a mocností bodu M z pohledu první definice (obsah obdélníka nad sečnou). Užitím metody dynamického modelování si studenti mohou samostatně odvodit vztah $m(M, k) = |MT|^2$ přímo z motivačního příkladu.

Obrázek 3:



Dynamická geometrie umožňuje objevování vztahů mezi geometrickými objekty a umožňuje pracovat v geometrii s proměnnou. Pozorování změn na geometrických objektech, vlastní zkušenost při práci s geometrickými objekty a samostatné experimentování jsou významnou součástí moderní metody vyučování geometrie. Nové metody a přístupy ve vyučování geometrie nemění matematické základy geometrie. Mění se ale způsoby práce s geometrickými objekty.

Literatura:

- POLÁK, J. (1996) *Středoškolská matematika v úlohách I*. Praha: Prometheus, 1996. ISBN 80-7196-021-7.
POLÁK, J. (1999) *Středoškolská matematika v úlohách II*. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-166-3.
POMYKALOVA, E (1993). *Matematika pro gymnázia*. Praha: Prometheus, 1993. ISBN 80-7196-174-4.

Lektoroval: RNDr. Evžen Růžička, CSc.

Kontaktní adresa:

Jitka Hodaňová, Mgr., Ph.D.,
Katedra matematiky,
Pedagogická fakulta UP, Žižkovo nám. 5, 771 40
Olomouc, ČR, tel. 00420 585 635 706, fax 00420
585 231 400, e-mail hodanova@pdfnw.upol.cz