

VYUŽITÍ SYSTÉMU MATHEMATICA VE VÝUCE BUDOUCÍCH EKONOMŮ A MANAŽERŮ

MOŠOVÁ Vratislava, ČR

Resumé

Článek je věnován úvahám o využití matematického softwaru při vzdělávání ekonomů a manažerů. Přednosti systému Mathematica jsou demonstrovány na příkladech umořování dluhu a simulace chování trhu.

Klíčová slova: software Mathematica, umořování dluhu, model trhu.

IMPLEMENTATION OF THE SYSTEM MATHEMATICA INTO EDUCATION OF ECONOMISTS AND MANAGERS

Abstract

The possibility to implement the mathematical software into education of economists and managers is discussed in the article. The advantages of the utilization of the system Mathematica are demonstrated via examples of loan repayments and simulation of market behavior.

Key words: software Mathematica, amortization, model of market.

1 Úvod

Při realizaci výpočtů při výuce matematiky i dalších profilujících oborů na vysokých školách jsou využívána nejrůznější softwarová prostředí. Na MVŠO, která je zaměřena na výchovu budoucích ekonomů a manažerů, jsou v současné době k dispozici Excel, Matlab a Mathematica. Excel je tabulkový editor, který je určen především k práci s daty. Dají se v něm snadno vytvářet databáze, se kterými pak lze jednoduše manipulovat. Matlab stejně jako Mathematica reprezentují nástroje určené k vědecko-technickým výpočtům. Jsou schopny zvládnout nejenom numerické, ale i symbolické počítání a programování studovaných problémů.

V tomto příspěvku se zaměříme na program Mathematica. Ve dvou následujících odstavcích si uvedeme dvě ukázky řešení problémů z oblasti pojistné matematiky a z oblasti studia působení tržních mechanismů. Uvidíme, jak se uvedené úlohy v programu Mathematica řeší a jak lze realizovat příslušné grafické výstupy. Oba sledované matematické modely patří do oblasti dynamických systémů, které jsou nástrojem ke zkoumání vývoje časově závislých systémů.

2 Umořování půjčky

V tomto odstavci se budeme zabývat tím, jak probíhá umořování půjčky, která je splácena konstantními polhůtovými splátkami. Naším cílem bude sestavit umořovací plán za předpokladu, že úrokování probíhá v jiných intervalech než jednotlivé splátky. Je třeba si uvědomit, že instituce, které půjčují peníze, potřebují, aby pro ně tato činnost měla také určitý finanční efekt. Proto roli jakési ceny půjčeného kapitálu v tomto případě hraje úrok. Dlužník pak splácí původní půjčku navýšenou o úroky.

Když výše půjčky na začátku je u_0 , q je úroková míra a d je výše jednotlivých splátek, pak výše zůstatkové části dluhu po k splátkách

$$(1) \quad u_k = u_{k-1} + qu_{k-1} - d.$$

Pokud splátky mají konstantní hodnotu, pak počet plných splátek n je roven celé části z podílu $\frac{\log(d) - \log(d - qu_0)}{\log(1 + q)}$ a výše poslední splátky může být nižší.

Příklad: Dlužník má splatit částku ve výši 96 500 Kč formou ročních splátek ve výši 14 475 Kč (tj. 15% celkové částky). Úroková míra činí 2,25% za semestr dekursivně. Stanovte umořovací plán.

Řešení: Výpočty provedeme v programu Mathematica. Do sloupců tabulky po řadě umístíme pořadová čísla jednotlivých splátek, výši splátky, výši úrokové a umořovací části splátky, zbytkový zůstatek v daném roce.

```
q = 2 * 0.0225; d = 14 175; u[0] = 96 500;
n1 = (Log[d] - Log[d - q * u[0]]) / Log[1 + q];
n = 8;

clear[s, ur, pl, u, k, tb];
u[k_] := (1 + q) * u[k - 1] - d; u[n + 1] = 0;
s[k_] := d; s[0] = 0; s[n + 1] = (1 + q / 2) * u[n];
ur[k_] := q * u[k - 1]; ur[0] = 0;
pl[k_] := d - q * u[k - 1]; pl[0] = 0; pl[n + 1] = u[n];
tuu = Table[{k, s[k], ur[k], pl[k], u[k]}, {k, 0, n + 1, 1}];
MatrixForm[tuu]
```

0	0	0	0	96 500 .
1	14175	4342.5	9832.5	86 667.5
2	14175	3900.04	10 275.	76 392.5
3	14175	3437.66	10 737.3	65 655.2
4	14175	2954.48	11 220.5	54 434.7
5	14175	2449.56	11 725.4	42 709.2
6	14175	1921.92	12 253.1	30 456.2
7	14175	1370.53	12 804.5	17 651.7
8	14175	794.326	13 380.7	4271.02
9	4367.11	192.196	4271.02	0 .

Obr.1: Umořování dluhu – řešení v programu Mathematica.

3 Model vývoje ceny na trhu

Jedním z nejstarších dynamických modelů, který popisuje vývoj nabídky a poptávky na trhu je tzv. pavučinkový model. Označme y_k^p - objem zboží na straně poptávky v k -tém časovém intervalu a y_k^n - objem zboží na straně nabídky v k -tém časovém intervalu. Rovnovážný stav na trhu nastane, pokud nabídka odpovídá poptávce, tj. když

$$(2) \quad y_k^n = y_k^p.$$

Taková situace je však pouze ideálním stavem. Jedním z důvodů vzniku nerovnováhy může být to, že nabízeného zboží je na trhu nedostatek. Model, který takové situaci odpovídá, budeme nazývat modelem se zpožděním na straně nabídky. Tímto typem modelu se budeme nyní zabývat. Budeme jej konstruovat za následujících předpokladů: Funkce, které zachycují závislost nabídky a poptávky na ceně, jsou lineární. Výrobci reagují na nedostatečnou nabídku zvýšením výroby až po uplynutí jednoho časového období v závislosti na předchozí ceně zboží. Poptávka reaguje ihned bez zpoždění. Funkce nabídky a poptávky pak mají tvar

$$(3) \quad y_k^n = k_n x_{k-1} - a, \quad k_n > 0, \quad a > 0, \quad y_k^p = -k_p x_k + b, \quad k_p > 0, \quad b > 0,$$

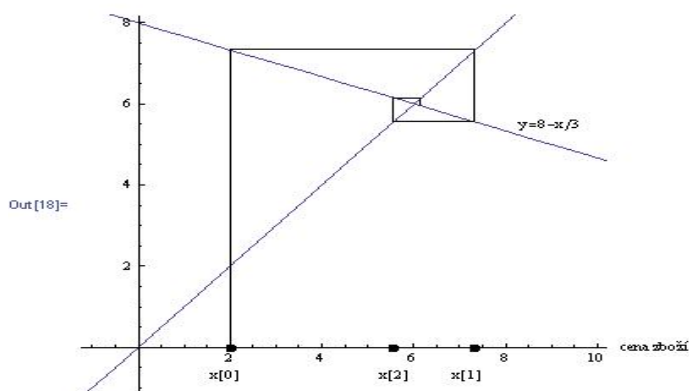
kde konstanta k_n reprezentuje citlivost výrobců na cenu zboží a konstanta k_p reprezentuje citlivost spotřebitelů na cenu zboží. Dosazením (3) do rovnice (2) dostaneme

$$(4) \quad x_k = A x_{k-1} + B, \quad A = \frac{-k_n}{k_p}, \quad B = \frac{b+a}{k_p}.$$

Příklad: Uvažujme model se zpožděním, kdy $y_k^n = x_{k-1} - 2$ a $y_k^p = -3x_k + 22$. Dále současná cena jednotky zboží $x_0 = 2$. V tabulce i graficky zachyťte vývoj cen v jednotlivých obdobích.

Řešení: Úlohu budeme realizovat v programu Mathematica:

```
In[10]:= kn = 1; a = 2; kp = 3; b = 22; A = -kn/kp; B = (b + a)/kp;
x[k_] := A*x[k-1] + B; x[0] = 2; Table[{k, x[k] // N}, {k, 0, 11, 1}];
p1[x_] := 8 - x/3
n1[x_] := x
p = Plot[p1[x], {x, -20, 20}]; n = Plot[n1[x], {x, -20, 20}];
r = Graphics[{PointSize[Large], Point[{x[0], 0}, {x[1], 0}, {x[2], 0}]}];
t = {Graphics[{Text["x[0]", {1.9, -0.7}]}], Graphics[{Text["x[1]", {7.2, -0.7}]}],
Graphics[{Text["x[2]", {5.6, -0.7}]}], Graphics[{Text["y=8-x/3", {8.98, 5.5}]}]};
l = Graphics[Line[{x[0], 0}, {x[0], x[1]}, {x[1], x[1]}, {x[1], x[2]}, {x[2], x[2]},
{x[2], x[3]}, {x[3], x[3]}, {x[3], x[4]}]];
Show[p, n, l, r, t, PlotRange -> {{-1, 10}, {-1, 8}}, AspectRatio -> 1, AxesLabel -> {cena zboží}]
```



Obr. 2: Vývoj cen – řešení v programu Mathematica.

4 Závěr

V tomto příspěvku jsme se zaměřili na dvě ukázky toho, jak lze využít software Mathematica v rámci výuky budoucích ekonomů a manažerů. Příklady se týkaly umorování půjček a zkoumání tržních mechanismů. K řešení problémů uvedených v příspěvku bylo v rámci softwaru Mathematica použito primitivů určených k zadávání a vyhodnocování funkcí a k výpočtu iterací. Výsledky byly zachyceny do tabulek a graficky znázorněny. Podotkněme

ještě, že prostředí Mathematica poskytuje i možnost pomocí animace sledovat a vyhodnocovat, jak se mění řešení problému při změnách vstupních parametrů.

Už na této krátké ukázce je vidět, že práce s Mathematicou podporuje kombinační schopnosti studentů (formulace algoritmu řešení v jazyce programu), schopnost pronikat do podstaty (syntaxe zadávání přenosových funkcí), rozvíjí představivost (grafy) a vytváří podmínky pro další poznávání (porovnání výsledků pro různá vstupní data.). Můžeme tedy uzavřít, že Mathematica je mocný nástroj, který přispívá k rozvoji myšlení a představivosti.

Poděkování

Příspěvek vznikl za podpory projektu Moderní prostředky ICT v přírodovědných a ekonomických oborech a jejich prezentaci, reg. č. CZ.1.07/2.2.00/07.0062.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

5 Literatura

1. Abell, M. L., Braselton J. P.: Mathematica by example. Elsevier London 2009, ISBN 978-0-12-374318-3.
2. Šotová, J.: Diskrétní modelování pomocí iterací funkcí, VVŠ PV Vyškov 2000, ISBN 80-7231-054-2.
3. Walter, J.: Finanční a pojistná matematika. VŠE Praha 1993, ISBN 80-7079-434-8.

Lektoroval: Mgr. Miloš Kudělka, Ph.D.

Kontaktní adresa:

Vratislava Mošová. RNDr., CSc.,
Ústav exaktních věd,
MVŠO o.p.s., Jeremenkova 40, 77200, Olomouc,
ČR, , tel. 420 587 332 312, fax 420 587 332 311,
e-mail: vratislava.mosova@mvso.cz